

Rapid Prototyping von Holografisch-Optischen Elementen in Fotopolymer mit einem räumlich phasenmodulierenden Display

Bachelorarbeit
am Institut für Medien- und Phototechnik
Fakultät für Informations-, Medien- und Elektrotechnik
Fachhochschule Köln

Autor: Jakob Silbermann
geboren in Dresden
Matrikelnummer: 11066721
29. Februar 2012

angefertigt am
Institut für Angewandte Optik und Elektronik

Referent: Prof. Dr.-Ing. Stefan Altmeyer
Korreferent: Prof. Dr. rer. nat. Dietmar Kunz

Rapid Prototyping of Holographic Optical Elements in photopolymer using a spatial phasemodulating display

Bachelorthesis

submitted to the Institute of Media and Imaging Technology
Faculty of Information, Media and Electrical Engineering
University of Applied Sciences, Cologne

Author: Jakob Silbermann
born in Dresden
Matriculation Number: 11066721
February 29, 2012

elaborated at the
Institute of Applied Optics and Electronics

First Reviewer: Prof. Dr.-Ing. Stefan Altmeyer
Second Reviewer: Prof. Dr. rer. nat. Dietmar Kunz

Titel: Rapid Prototyping von Holografisch-Optischen Elementen in Fotopolymer mit einem räumlich phasenmodulierenden Display

Autor: Jakob Silbermann

Referent: Prof. Dr.-Ing. Stefan Altmeyer

Korreferent: Prof. Dr. rer. nat. Dietmar Kunz

Zusammenfassung: Diese Arbeit beschreibt einen optischen Aufbau zur Herstellung von Holografisch-Optischen Elementen. Der Aufbau nutzt dabei einen räumlichen Lichtmodulator, um die Phasenverteilung eines ebenen Wellenfelds gezielt zu manipulieren. Das Wellenfeld wird mithilfe eines 4f-Aufbaus einer optischen Filterung unterzogen und anschließend mit einer Referenzwelle überlagert. Die Intensitätsverteilung des Interferenzmusters, das bei dieser Überlagerung entsteht, wird in ein Fotopolymer belichtet. Die Belichtung regt dabei Polymerisationsprozesse im Fotopolymer an, die zu einer räumlichen Modulation des Brechungsindex führen. Somit kann eine definierte räumliche Phasenverteilung in das Fotopolymer geschrieben werden, welches als Holografisch-Optisches Element bezeichnet wird. Aufgrund der geringen Dauer des gesamten Prozesses wird dieser als Rapid Prototyping bezeichnet.

Stichwörter: Holografie, computergenerierte Hologramme, Holografisch-Optische Elemente, optische Filterung, Fotopolymer, räumlicher Lichtmodulator

Datum: 29. Februar 2012

Titel: Rapid Prototyping of Holographic Optical Elements in photopolymer using a spatial phasemodulating display

Author: Jakob Silbermann

First Reviewer: Prof. Dr.-Ing. Stefan Altmeyer

Second Reviewer: Prof. Dr. rer. nat. Dietmar Kunz

Summary: This thesis describes an optical setup to fabricate Holographic Optical Elements. The setup uses a spatial light modulator to manipulate the phase distribution of a plane wave. The plane wave is filtered by an 4f-setup and superposed with a reference wave. A photopolymer is exposed by the resulting interference pattern. The exposure leads to a polymerisation process in the photopolymer. This, in turn, leads to a spatial modulation of the refractive index. Therefore a well defined spatial phase distribution can be written into the photopolymer, which will be called a holographic optical element. Due to the fast fabrication time this process is called rapid prototyping.

Keywords: holography, Computer Generated Hologram, Holographic Optical Element, optical filtering, photopolymer, Spatial Light Modulator

Date: February 29, 2012

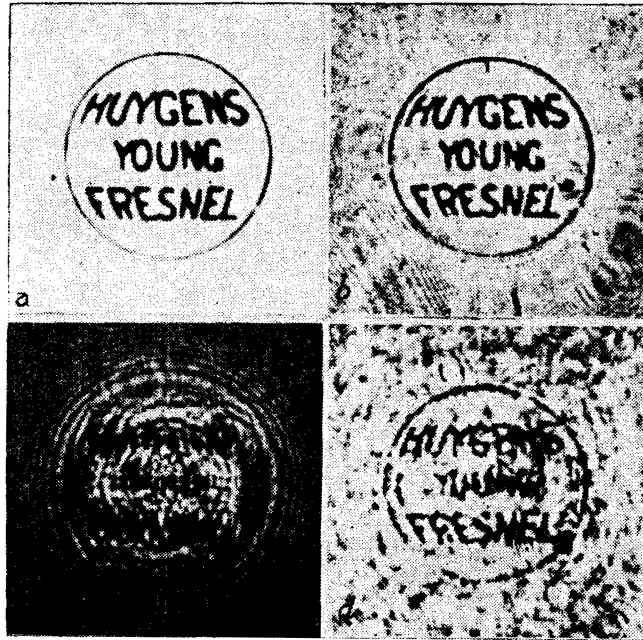


Fig. 2. (a) ORIGINAL MICROGRAPH, 1.4 MM. DIAMETER. (b) MICROGRAPH, DIRECTLY PHOTOGRAPHED THROUGH THE SAME OPTICAL SYSTEM WHICH IS USED FOR THE RECONSTRUCTION (d). AP. 0.04. (c) INTERFERENCE DIAGRAM, OBTAINED BY PROJECTING THE MICROGRAPH ON A PHOTOGRAPHIC PLATE WITH A BEAM DIVERGING FROM A POINT FOCUS. THE LETTERS HAVE BECOME ILLEGIBLE BY DIFFRACTION. (d) RECONSTRUCTION OF THE ORIGINAL BY OPTICAL SYNTHESIS FROM THE DIAGRAM AT THE LEFT. TO BE COMPARED WITH (b). THE LETTERS HAVE AGAIN BECOME LEGIBLE

Die Abbildung entstammt einem Artikel, den Dennis Gabor 1948 in der Zeitschrift *Nature* veröffentlichte. Bei dem unteren rechten Bild handelt es sich vermutlich um das erste Bild, das mit dem holografischen Prinzip erzeugt und veröffentlicht wurde. Es stellt die Rekonstruktion des Objektes links oben dar.

Danksagung

Ich möchte allen Menschen danken, die mich auf meinem bisherigen Lebensweg begleitet haben. Mit ihrer Hilfe konnte ich Schule, Ausbildung und Studium meistern. Bei den Menschen, mit denen ich während meiner Bachelorarbeit zusammengearbeitet habe und die mir bei den kleineren und größeren Problemen weitergeholfen haben, möchte ich mich an dieser Stelle besonders bedanken:

Bei Herrn Altmeyer möchte ich mich für die Möglichkeiten bedanken, die sich mir mit der Arbeit im Labor für Bildgebende Verfahren und Angewandte Optik eröffnet haben. Andreas, dem Meister des Dudens, danke ich für die gute Verpflegung am Wochenende und die schnelle Korrektur.

Anton danke ich dafür, dass ich mit all meinen Fragen immer bei ihm vorbeikommen konnte. Ohne das Phototechnik-Praktikum bei ihm wäre ich vielleicht nie am AOE gelandet.

Bei Axel bedanke ich mich für die Online-Telefon-Korrekturen und den Antrieb, früh genug mit dem Schreiben zu beginnen. Außerdem bedanke ich mich für seine Zuversicht, dass ich das Studium schaffe und die mir gerade in den ersten Semestern geholfen hat.

Herrn Gartz danke ich für die eine oder andere gute Idee, Denkanstöße und nette Gespräche.

Hannes möchte ich für die Motivation danken, die nötig war, um die Zulassung zum Master zu überstehen - du weißt, wovon ich rede.

Jan danke ich für seine hilfreichen Spitzfindigkeiten und seine ungebremste Lust zur Diskussion über Gott, die Welt und die Elektronen im Magnetfeld.

Johannes danke ich für die vielen guten Ideen und Vorschläge. Von dir habe ich viel gelernt!

Bei Konstantin möchte ich mich für die Hilfe bei den Fotos bedanken!

Herrn Kunz möchte ich für seine Vorlesungen danken, die in mir das erste Mal Spaß und Interesse an der Mathematik geweckt haben. Das hat in der Schule leider kein Lehrer geschafft.

Paula danke ich für die vielen gewissenhaften Abendkorrekturen und dafür, dass du es nicht überdrüssig geworden bist, mir zum x-ten Mal genau zu erklären, was passiert, wenn man ein Delta-Funktional mit einer Rechteckfunktion faltet.

Sepp danke ich für seine entspannte Art und dafür, dass er mir gezeigt hat, wie man etwas ordentlich eloxiert.

Bei den Mitarbeitern der Metallwerkstatt bedanke ich mich für Fräsen, Bohren, interessante Gespräche und Anregungen.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Motivation	1
1.2	Zielsetzungen	2
2	Grundlagen	3
2.1	Wellen	3
	Wellenfronten	5
2.2	Intensität	6
2.3	Interferenz	7
	Superposition von Wellen	7
	Kohärenz	8
	Zeitliche Kohärenz	9
	Räumliche Kohärenz	12
	Räumlich-zeitliche Kohärenz	14
2.4	Beugung	15
	Beugungsintegral	16
	Beugungsintegral in Fresnel- und Fraunhofer-Näherung	17
	Fourier-Optik	19
3	Holografie	23
3.1	Grundprinzip der Holografie	23
3.2	Phasen- und Amplitudenhologramme	25
3.3	Belichtung und Rekonstruktion von Phasengittern	26
	Transmissionsgitter	26
	Reflexionsgitter	28
	Dicke und dünne Hologramme	28
3.4	Beugungseffizienz	29
3.5	Fotopolymer	30
4	Experimenteller Aufbau	33
4.1	Holografisches Belichtungssystem	33
	Belichtung von reflektiven Holografisch-Optischen Elementen	33
	Belichtung von transmittiven Holografisch-Optischen Elementen	34
4.2	Räumlicher Lichtmodulator	35
	4.2.1 Aufbau und Funktionsweise	36
	4.2.2 Charakterisierung und Linearisierung	39
	4.2.3 Berechnung der Phasenverteilung	43

4.2.4	Eigenschaften des phasenmodulierten Wellenfeldes	45
4.3	Optische Filterung	46
4.3.1	Prinzip der optischen Filterung	46
4.3.2	Justage des 4f-Aufbaus	50
5	Ergebnisse	57
	Einschätzung der Ergebnisse	68
6	Zusammenfassung und Ausblick	69
	Zusammenfassung	69
	Ausblick	70
A	Zweistrahlinterferenz	71
	Literaturverzeichnis	73
	Abbildungsverzeichnis	75

1 Einleitung

1.1 Motivation

Seit der Erfindung der Holografie von Dennis Gabor im Jahre 1948¹ gibt es eine stete Weiterentwicklung dieser Technik, welche viele neue Anwendungen und technische Möglichkeiten mit sich bringt. So wird die Holografie heute in vielen Bereichen, wie der Messtechnik, Optik, Kunst, Unterhaltung und im Bereich Marken- und Fälschungssicherheit eingesetzt. Auf die unterschiedlichen Techniken, mit denen Hologramme hergestellt werden können, wird in Kapitel 3 eingegangen.

Ein grundlegendes Problem bei dem Einsatz von Hologrammen besteht darin, dass die Herstellung in kleinen Stückzahlen teuer und zeitaufwändig ist. Sie können nur in größeren Stückzahlen zu einem günstigen Preis angeboten werden, etwa in den Bereichen Fälschungssicherheit und Schutz vor Produktpiraterie. Sicherheitshologramme werden dafür hauptsächlich mittels Prägung hergestellt. Für den Prägevorgang wird eine Prägeform benötigt, deren Herstellung sehr aufwändig ist. Diese Technik der Hologrammerstellung lohnt sich deshalb nicht für Kleinserien.

Eine Anwendung von Hologrammen in der Optik ist die Formung von Laserstrahlen. In Abbildung 1.1 wird eine solche Strahlformung schematisch dargestellt. Wäre es möglich, ein Verfahren zu entwickeln, das spezifische holografische Elemente innerhalb kürzester Zeit und zu einem vertretbaren Preis liefert, könnten viele weitere Anwendungsfelder erschlossen werden. Bereits jetzt werden für wenige, spezielle Anwendungen sehr feine Strukturen mittels Elektronenstrahl in unterschiedliche, dafür geeignete Substrate geschrieben. Die Herstellung eines solchen Elements mittels Elektronenstrahl nimmt

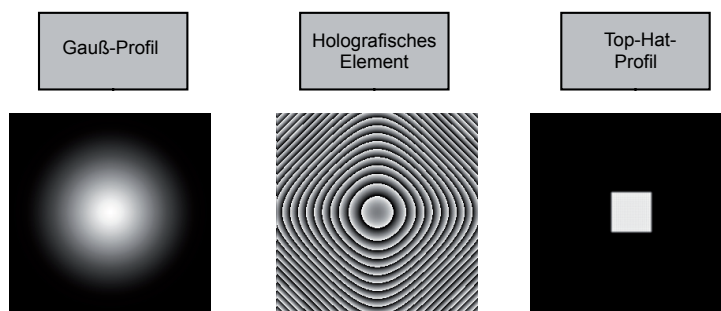


Abbildung 1.1: Strahlformung eines Gaußstrahles zu einem Top-Hat-Profil

¹Dennis Gabor: A new microscopic principle. Nature, Volume 161 1948.

vergleichsweise viel Zeit in Anspruch. Aufgrund dessen können kundenspezifische Hologramme nur in kleinen Serien hergestellt werden und sind dementsprechend teuer. Wegen der hohen Kosten und langer Herstellungszeiten können holografische Elemente in vielen Applikationen nicht gewinnbringend eingesetzt werden.

1.2 Zielsetzungen

Diese Arbeit verfolgt das Ziel, ein System zu realisieren, mit dem holografische Elemente in kleinen Stückzahlen schnell und günstig hergestellt werden können. Der Anwender könnte damit in die Lage versetzt werden, beliebige Strahlprofile oder Intensitätsverteilungen zu erzeugen. Abbildung 1.2 zeigt einen möglichen Ablauf für die schnelle Herstellung von holografischen Elementen. Um das oben genannte Ziel zu erreichen, werden drei unterschiedliche Technologien zusammengeführt. Dabei handelt es sich um einen schnellen Algorithmus, der genutzt wird, um die Phasenverteilung des holografischen Elements zu berechnen, einem räumlichen Lichtmodulator, auf den dieses Phasenbild adressiert wird, und ein neuartiges Fotopolymer, in das die Phasenverteilung mit Hilfe eines optischen Systems belichtet wird. Dieses Material wird in Kooperation mit der Bayer AG am Institut für Angewandte Optik und Elektronik erprobt. Es zeichnet sich durch eine schnelle Verarbeitung und geringe Herstellungskosten aus. Das holografische Element soll mit einem geeigneten Aufbau während eines kurzen Belichtungsvorganges erstellt werden. Die schnelle Herstellung eines holografischen Elements wird in der vorliegenden Arbeit als „Rapid Prototyping“ bezeichnet.

Beschrieben werden der Aufbau und die Erprobung eines optischen Systems für die Belichtung von holografischen Elementen in Fotopolymeren. Die Algorithmen für die Berechnung der Phaseninformation existieren bereits, werden aber parallel in anderen Arbeiten am Institut für Angewandte Optik und Elektronik modifiziert und weiterentwickelt.

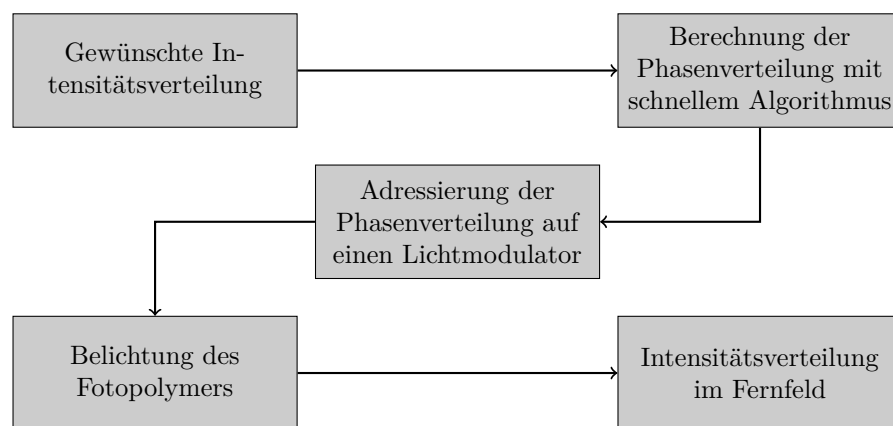


Abbildung 1.2: Workflow für die Herstellung eines Holografisch-Optischen Elements

2 Grundlagen

In diesem Kapitel sollen die physikalischen Grundlagen und ihre mathematischen Zusammenhänge vorgestellt werden, die für die Beschreibung des praktischen Teils der Arbeit benötigt werden.

2.1 Wellen

Betrachtet wird eine harmonisch schwingende Welle, die sich in einer Ebene in x -Richtung ausbreitet und deren Schwingung mit Hilfe der Kosinus-Funktion beschrieben werden kann.

$$A(x, t) = A_0 \cos[k(x - ct)] \quad (2.1)$$

Sie stellt eine mögliche Lösung der Wellengleichung dar. Diese harmonische Schwingung kann jedoch auch in komplexer Schreibweise formuliert werden.¹

$$\begin{aligned} A(x, t) &= A_0 \exp[ik(x - ct)] \\ &= A_0 \exp[i\varphi(x, t)] \\ &= A_0 [\cos(\varphi(x, t)) + i \sin(\varphi(x, t))] \end{aligned} \quad (2.2)$$

Die komplexe Darstellung wird genutzt, da sie einfache Rechenoperationen ermöglicht. Physikalisch messbar ist jedoch nur der Realteil der komplexen Wellenfunktion. In Gleichung (2.2) beschreibt $A(x, t)$ die Auslenkung der Welle in Abhängigkeit vom Ort x und der Zeit t . Die Amplitude wird als A_0 definiert. Der Term $(x - ct)$ im Exponenten der Exponentialfunktion beschreibt die Bewegung der Welle mit der Geschwindigkeit c . Die Kreiswellenzahl k ergibt sich aus der Anzahl von Perioden pro Längeneinheit und bezieht sich dabei auf eine Kreisbewegung mit der Kreisfrequenz ω . Die Einheit der Kreiswellenzahl wird in m^{-1} angegeben.

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c} \quad (2.3)$$

Die Wellenlänge λ beschreibt den Weg, den die Welle während einer periodischen Schwingung zurücklegt. Sie ist über die Frequenz ν mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit c verknüpft.

$$c = \nu\lambda \quad (2.4)$$

¹Vgl. Frank L. Pedrotti, Leno Pedrotti und Leno M. Pedrotti: Introduction to Optics. 3. Auflage. San Francisco, United States: Prentice Hall, 2006, ISBN 0-13-149933-5, Seite 100.

Abbildung 2.1 zeigt die Auslenkung der Welle aus Gleichung (2.1), welche über den Ort x aufgetragen wird. Die bisherige Beschreibung der Wellenfunktion im zweidimensionalen

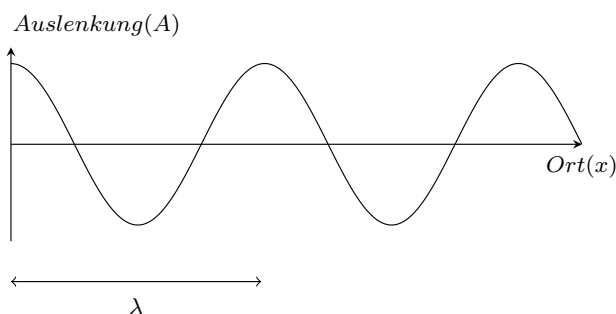


Abbildung 2.1: Eine Kosinus-Welle

Raum kann auf den dreidimensionalen Raum ausgedehnt werden. Die Wellenfunktion wird in diesem Fall folgendermaßen dargestellt:

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \vec{A}_0 \exp[i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)] \quad (2.5)$$

Die Ausbreitung der Welle wird nun über die Kreisfrequenz beschrieben. Diese ergibt sich durch eine Umformung von Gleichung (2.3) nach c und Einsetzen in Gleichung (2.2). Der Vektor \vec{A}_0 beschreibt die Richtung der Amplitude senkrecht zur Ausbreitungsrichtung und wird als Polarisation bezeichnet.

$$\vec{A}_0 = \begin{pmatrix} A_{0x} \\ A_{0y} \\ A_{0z} \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

Der Wellenvektor \vec{k} ergibt sich aus einer Multiplikation der Einheitsvektoren mit der Kreiswellenzahl.

$$\vec{k} = \begin{pmatrix} k_x \\ k_y \\ k_z \end{pmatrix} = \frac{2\pi}{\lambda} \begin{pmatrix} e_x \\ e_y \\ e_z \end{pmatrix} \text{ mit } \sqrt{e_x^2 + e_y^2 + e_z^2} = 1 \quad (2.7)$$

Elektromagnetische Wellen sind Transversalwellen, die einen elektrischen und einen magnetischen Feldstärkeanteil aufweisen. Beide Anteile schwingen in zwei orthogonal zueinander orientierten Ebenen. Da das magnetische Feld keinen Einfluss auf die kinetische Energie eines bewegten und geladenen Teilchens hat, wird es in den folgenden Betrachtungen vernachlässigt. Dies kann damit begründet werden, dass der magnetische Feldstärkeanteil keine Arbeit an einem Elektron leisten kann und so nur der elektrische Feldstärkeanteil in Wechselwirkung mit diesem tritt.² Um die elektrische Feldstärke $\vec{E}(\vec{r}, t)$

²David Halliday, Robert Resnick und Jearl Walker; Stephan W.Koch (Hrsg.): Physik. 1. Auflage. Weinheim, Deutschland: Wiley-VCH, 2001, ISBN 3-527-40366-3.

als Welle zu beschreiben, wird diese als Amplitude in Gleichung (2.5) eingesetzt.

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \exp[i(\vec{k}\vec{r} - \omega t + \varphi_0)] = \vec{E}_0 \exp[i\varphi(\vec{r}, t)] \quad (2.8)$$

Die Phasenverteilung $\varphi(\vec{r}, t)$ gibt die elektrische Feldstärke in Abhängigkeit vom Ort \vec{r} und der Zeit t an. Über die Startphase φ_0 kann diese am Startpunkt $\vec{r} = 0$ und $t = 0$ beschrieben werden. Die Einheit der elektrischen Feldstärke E lautet $\frac{\text{V}}{\text{m}}$.

Wellenfronten

Als Wellenfronten bezeichnet man die Flächen, welche sich aus Punkten gleicher Phase ergeben und senkrecht zur Ausbreitungsrichtung orientiert sind. Wenn alle Wellen mit gleicher Frequenz, gleicher Phase, gleicher Startphase und in der gleichen Ausbreitungsrichtung schwingen, ergibt sich eine ebene Wellenfront. Die Welle wird in diesem Fall als ebene Welle bezeichnet.

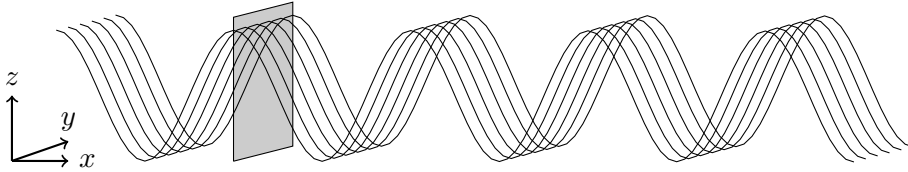


Abbildung 2.2: Eine ebene Welle, die sich entlang der x -Achse ausbreitet

Neben der ebenen Welle existieren noch weitere grundlegende Typen von Wellenfronten, wie zum Beispiel die Kugelwelle. Diese wird von einem punktförmigen Oszillator erzeugt, der sich in einem isotropen und homogenen Medium befindet. In diesem Medium kann sich die Welle in alle Richtungen (x, y, z) mit der gleichen Geschwindigkeit ausdehnen und die Wellenfronten bilden sich in Form von Kugelschalen aus. Die Kugelwelle wird über den Radius r definiert.

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (2.9)$$

Die Wellenfunktion muss für die Kugelwelle folgendermaßen modifiziert werden:

$$\vec{E}(r) = \frac{\vec{E}_0}{r} \exp[i(kr - \omega t)] \quad (2.10)$$

Im Gegensatz zu einer ebenen Welle, bei der die Amplitude unabhängig von der zurückgelegten Strecke ist, verringert sich diese bei einer Kugelwelle umgekehrt proportional zu r .

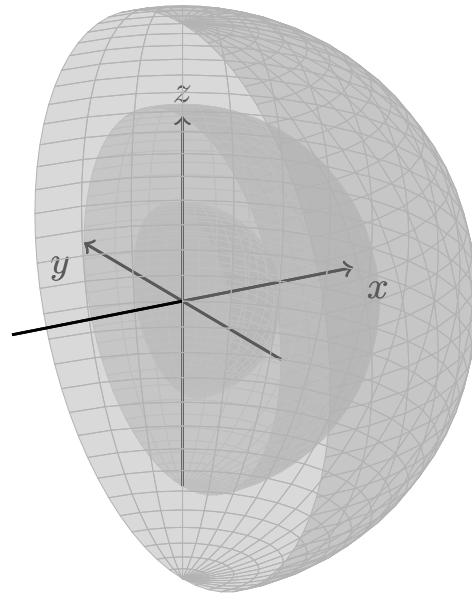


Abbildung 2.3: Eine Kugelwelle im Halbraum

2.2 Intensität

Das visuelle System des Menschen und maschinelle Detektoren sind in der Lage, einen Teil des Spektrums der elektrischen Feldstärke zu detektieren. Abbildung 2.4 zeigt den Wellenlängenbereich von 400 bis 650 nm, der für den Menschen sichtbar ist und allgemein als Licht bezeichnet wird.³ Lichtwellen schwingen mit Frequenzen von 10^{14} bis 10^{15} Hz. Das visuelle System des Menschen ist nicht in der Lage, diese hohen Frequenzen zeitlich aufzulösen. Andere Detektoren können zwar wesentlich höhere Frequenzen als das visuelle System zeitaufgelöst registrieren, die hohen Frequenzen, mit denen das elektrische Feld schwingt, können aber auch mit diesen nicht direkt gemessen werden. Dieser Umstand führt dazu, dass nur der zeitliche Mittelwert des Betragsquadrates der elektrischen Feldstärke detektiert werden kann. Er wird als Intensität oder allgemein als Helligkeit bezeichnet und beschreibt die Lichtleistung pro Fläche. In Gleichung (2.11) wird die Intensität unter Anwendung eines Additionstheorems für das Quadrat der Kosinusfunktion und zeitlicher Mittelung hergeleitet. Z_w ist der Wellenwiderstand des Vakuums mit 377Ω .

³Siehe: Erich Helbig: Grundlagen der Lichtmesstechnik. Leipzig, Deutschland: Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig K.-G., 1972, Tabelle 1.

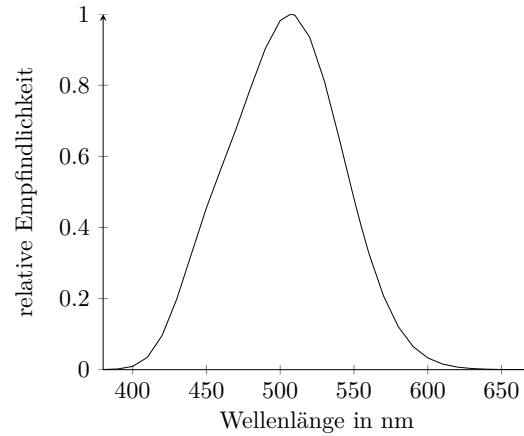


Abbildung 2.4: Hellempfindlichkeit des menschlichen Auges

$$\begin{aligned}
 I &= \frac{1}{Z_w} \overline{|\vec{E}|^2}^t \\
 &= \frac{1}{Z_w} \overline{|\vec{E}_0 \cos(\varphi)|^2}^t \\
 &= \frac{1}{Z_w} \overline{\left| \vec{E}_0^2 \frac{1 + \cos(2\varphi)}{2} \right|}^t \\
 &= \frac{1}{2Z_w} |\vec{E}_0|^2
 \end{aligned} \tag{2.11}$$

Die Einheit der Intensität ergibt sich aus dem Betragsquadrat der Feldstärke und dem Wellenwiderstand des Vakuums $(\frac{\text{V}}{\text{m}\Omega})^2$ zu $\frac{\text{W}}{\text{m}^2}$.

Der Kontrast kann als Maß für die Differenzierbarkeit von Flächen unterschiedlicher Intensität herangezogen werden. Dabei kann es sich um einen diskreten oder auch kontinuierlichen Intensitätsverlauf handeln.

$$K = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \tag{2.12}$$

2.3 Interferenz

Interferenz ist ein grundlegendes physikalisches Phänomen, welches auf der Superposition von Wellen basiert. Als wichtigste Grundlagen der Interferenz werden nachfolgend die Superposition von Wellen und die Kohärenz erläutert.

Superposition von Wellen

Mit dem Prinzip der Superposition kann die Überlagerung von Wellen beschrieben werden. Es kann gezeigt werden, dass jede Welle (2.2) die Wellengleichung erfüllt und eine

Lösung dieser ist. Da jede der möglichen Lösungen lineare Eigenschaften aufweist, ist eine lineare Kombination von zwei oder mehreren solcher Wellen auch wieder eine Lösung der Wellengleichung.⁴ Die Überlagerung von N Wellen kann somit folgendermaßen ausgedrückt werden:⁵

$$\vec{E}_0 e^{i\varphi} = \sum_{j=1}^N \vec{E}_{0j} e^{i\varphi_j} \quad (2.13)$$

Gleichung (2.13) beschreibt den allgemeinen Fall, bei dem sich Wellen unterschiedlicher Amplituden und Frequenzen überlagern können. Diese Überlagerung von Wellen wird als Interferenz bezeichnet. Interferenz kann unter bestimmten Bedingungen, auf die im Folgenden eingegangen wird, für den Menschen sichtbar werden. Die Überlagerung von zwei Wellen (\vec{E}_1, \vec{E}_2) und das daraus resultierende Interferenzmuster wird als Zweistrahlinterferenz bezeichnet.

$$\begin{aligned} \vec{E}_1(\vec{r}, t) &= \vec{E}_{01} \cos(\vec{k}_1 \vec{r} - \omega_1 t + \varphi_1) \\ \vec{E}_2(\vec{r}, t) &= \vec{E}_{02} \cos(\vec{k}_2 \vec{r} - \omega_2 t + \varphi_2) \end{aligned} \quad (2.14)$$

Nach Gleichung (2.13) ergibt sich die resultierende Feldstärke \vec{E} aus der Summe der beiden einzelnen Feldstärken. Da das Interferenzmuster vom Menschen als Intensität wahrgenommen wird, muss die Summe der Feldstärken mit Gleichung (2.11) umgerechnet werden:

$$I = \frac{1}{Z_w} \left| \vec{E}_1(\vec{r}, t) + \vec{E}_2(\vec{r}, t) \right|^2 \quad (2.15)$$

$$= I_1 + I_2 + \frac{1}{Z_w} \vec{E}_{01} \vec{E}_{02} \cos \left((\omega_2 - \omega_1)t - (\vec{k}_2 - \vec{k}_1) \vec{r} + \varphi_2 - \varphi_1 \right) \quad (2.16)$$

Der zeitgemittelte Term wird als Interferenzterm bezeichnet. Die mathematische Herleitung der Zweistrahlinterferenz wird in Anhang A gegeben.

Kohärenz

Die Sichtbarkeit von Interferenz und ihr Kontrast ist ein Maß für die Kohärenz. Dieser Zusammenhang kann mit dem Interferenzterm in Gleichung (2.16) beschrieben werden. Die Kohärenz ist maximal, wenn das Argument der Kosinus-Funktion über die zeitliche Mittelung konstant ist. In dem Fall wird der Kontrast der Intensitätsmodulation ebenfalls maximal. Kohärenz kann in räumliche und zeitliche Kohärenz unterteilt werden, wobei die zeitliche Kohärenz die Phasenbeziehungen einer Welle entlang ihrer Ausbreitungsrichtung beschreibt. Die räumliche Kohärenz hingegen bezieht sich auf die

⁴Vgl: Pedrotti, a. a. O., Seite: 113.

⁵Vgl: Eugene Hecht und Alfred Zajac: Introduction to Optics. 4. Auflage. Amsterdam, Netherlands: Addison-Wesley Longman, 2003, ISBN 978-0321188786, Seite 20.

Phasenbeziehungen einer Welle senkrecht zu deren Ausbreitungsrichtung. Eine wichtige Voraussetzung dafür, dass Interferenzerscheinungen sichtbar werden, ist, dass die Feldstärkevektoren ($\vec{E}_{01}, \vec{E}_{02}$) nicht senkrecht zueinander polarisiert sind.

Wird die Bedingung des konstanten Phasenterms erfüllt, so entfällt die Zeitmittelung in Gleichung (2.16). Nach Umformung in Intensitäten ergibt sich:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\delta) \quad (2.17)$$

Die Zweistrahlint interferenz erzeugt eine kosinus-modulierte Intensitätsverteilung, die mit einem Detektor aufgenommen, beziehungsweise direkt beobachtet werden kann.

Zeitliche Kohärenz

Es ist davon auszugehen, dass Lichtwellen in der Natur keine unendliche Ausdehnung besitzen. Eine endliche Lichtwelle wird als Wellenpaket beschrieben. Abbildung 2.5 zeigt ein solches Wellenpaket. Die Wellenpakete werden über ihre Länge, die als Kohärenzlänge $l_{coh,t}$ bezeichnet wird, definiert. Die Zeit, die ein Wellenpaket benötigt, um einen

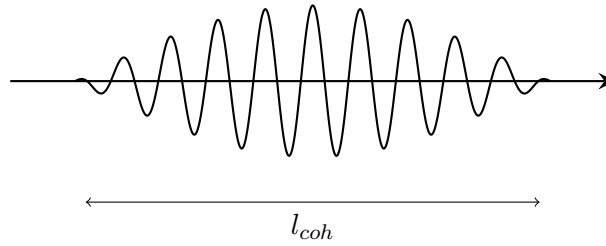


Abbildung 2.5: Eine endliche Lichtwelle, ein Wellenpaket

Ort zu passieren, nennt man Kohärenzzeit $t_{coh,t}$. Die Kohärenzlänge ist über die Lichtgeschwindigkeit c_0 linear mit der Kohärenzzeit verknüpft.

$$l_{coh,t} = c_0 t_{coh,t} \quad (2.18)$$

Die Wellenpakete entstehen aufgrund statistischer Prozesse in Atomen, die mit dem Bohrschen Atommodell erklärt werden können. Demnach werden Elektronen, die sich in einem energetisch ausgeglichenen Zustand befinden, durch Energiezufuhr auf ein höheres Energieniveau E_1 gehoben. Sie fallen nach einer gewissen Zeit in ihr Grundniveau E_0 zurück und setzen dabei Energie in Form einer elektromagnetischen Welle frei. Diese Energie entspricht der Energiedifferenz ΔE der beiden Energieniveaus.

$$\Delta E = E_1 - E_0 \quad (2.19)$$

Die Frequenz der Welle ist über das plancksche Wirkungsquantum h mit der Energiedifferenz verknüpft:

$$\nu = \frac{\Delta E}{h} \quad (2.20)$$

Da die elektromagnetische Welle eine finite Ausdehnung besitzt, also nicht als unendlich lang angesehen werden kann, muss sie aus mehreren unterschiedlichen Frequenzen bestehen.⁶ Dies kann auch anhand der Fourier-Transformation eines endlich ausgedehnten Wellenzuges nachvollzogen werden. Eine theoretische Beschreibung der Eigenschaften von Wellenpaketen, die auch als Quanten bezeichnet werden, liefert die Quantenmechanik.⁷ Das Spektrum einer Lichtwelle besteht aufgrund dieses Zusammenhangs immer aus mehreren Frequenzen, die sich in einem Frequenzband $\Delta\nu$ um die zentrale Frequenz ν befinden. Abbildung 2.6 zeigt beispielhaft die spektrale Verteilung einer grünen Leuchtdiode, die mit einem Spektrometer vermessen wurde. Diese spektrale Verteilung würde

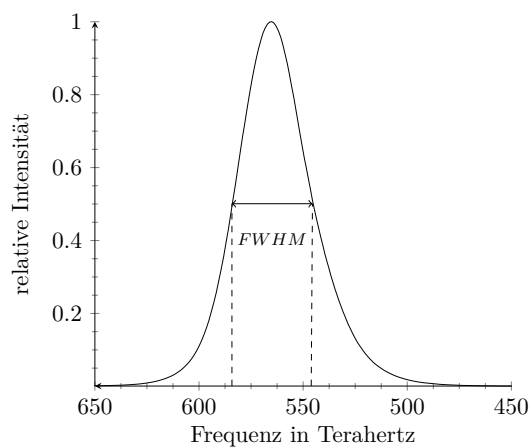


Abbildung 2.6: Spektrum einer grünen LED, aufgetragen nach Frequenzen

sich theoretisch auch direkt aus der Fourier-Transformierten des Wellenpaketes ergeben. Aus der Fourier-Transformation ergibt sich weiter, dass die halbe Breite des Frequenzintervalls $\Delta\nu$ der reziproken Kohärenzzeit entspricht:⁸

$$\Delta\nu = \frac{1}{t_{\text{coh},t}} \quad (2.21)$$

Da das Spektrum vieler realer Lichtquellen eine ungleichmäßige Verteilung aufweist, wäre eine Definition von $\Delta\nu$ mit der halben Abszissenbreite nicht repräsentativ. Ein besseres Kriterium stellt hier die Breite des Spektrums bei halber Höhe dar. Diese wird im Englischen als „Full Width Half Maximum“ beziehungsweise „FWHM“ bezeichnet. Verbindet man Gleichung (2.21) mit (2.18), so ergibt sich folgender Zusammenhang

⁶Vgl: Pedrotti, a. a. O., Seite: 230.

⁷Vgl: Paul A. Tipler; D. Gerlich und G. Jerke (Hrsg.): Physik. 1. Auflage. Heidelberg, Deutschland: Spektrum Akademischer Verlag GmbH, 1994, ISBN 3860251228, Seite: 1233.

⁸Vgl: Pedrotti, a. a. O., Seite: 230.

zwischen der Kohärenzlänge und der Breite des Spektrums:

$$l_{\text{coh,t}} = \frac{c}{\Delta\nu} \quad (2.22)$$

Klassischerweise wird das Spektrum nicht über die Frequenz, sondern über die Wellenlänge aufgetragen. Die Transformation des Frequenzintervalls $\Delta\nu$ in das Wellenlängenintervall $\Delta\lambda$ ergibt sich über die Ableitung von Gleichung (2.4):

$$\frac{\Delta\nu}{\Delta\lambda} = -\frac{c}{\lambda^2} \longleftrightarrow \Delta\lambda = -\left(\frac{\lambda^2}{c}\right) \Delta\nu \quad (2.23)$$

Mit Gleichung (2.21) ergibt sich daraus der Zusammenhang zwischen der Kohärenzlänge $l_{\text{coh,t}}$ und der Breite des Spektrums in Wellenlängen $\Delta\lambda$. Dabei stellt λ das geometrische Mittel der Intervallgrenzen von $\Delta\lambda$ dar. Da diese Formel genau genommen nur für gleichverteilte Spektren gilt, wird sie für den allgemeinen Fall als Näherung betrachtet.

$$l_{\text{coh,t}} \approx \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} \quad (2.24)$$

Abbildung 2.7 zeigt das Spektrum einer grünen Leuchtdiode aufgetragen nach Wellenlängen. Für diese Leuchtdiode ergibt sich nach Gleichung (2.24) näherungsweise eine

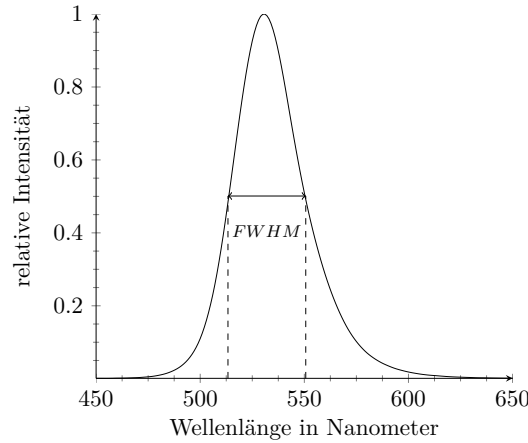


Abbildung 2.7: Spektrum einer grünen LED, aufgetragen nach Wellenlängen

Kohärenzlänge von:

$$l_{\text{coh,t}} \approx \frac{(500 \cdot 550) \text{ nm}^2}{550 \text{ nm} - 500 \text{ nm}} = 5,5 \mu\text{m} \quad (2.25)$$

Die Kohärenz, die zwischen zwei Punkten entlang der Ausbreitungsrichtung besteht, kann mit der zeitlichen Kohärenzfunktion berechnet werden. Diese wird über eine Autokorrelation der Welle am ersten Punkt mit ihrer zeitlich verschobenen Kopie am zweiten Punkt berechnet. Ein Gerät, mit dem die zeitliche Kohärenz gemessen werden

kann und dessen Funktionsprinzip einer Autokorrelation entspricht, ist das Michelson-Interferometer.⁹

In Gleichung (2.16) haben die beiden Frequenzen ω_2 und ω_1 der Wellenfelder sowie die Phasendifferenz $(\varphi_2 - \varphi_1)$ einen Einfluss auf die zeitliche Kohärenz. Sind die Frequenzen der beiden sich überlagernden Wellenfelder nicht gleich groß, so oszilliert die Kosinus-Funktion zwischen -1 und 1 , was im zeitlichen Mittel null ergibt. Das Gleiche trifft auf die Phasendifferenz zu. Ist diese nicht konstant, so variiert das Argument des Kosinus ebenfalls mit der Zeit und das zeitliche Mittel ergibt sich zu null. In beiden Fällen wäre deshalb keine Interferenz zu sehen.

Räumliche Kohärenz

Die räumliche Kohärenz beschreibt die Phasenbeziehung eines Wellenfeldes senkrecht zur Ausbreitungsrichtung. Abbildung 2.8 zeigt eine zeitlich kohärente Punktlichtquelle und eine Beobachtungsebene, die im Abstand r steht. Auf der Ebene befinden sich zwei beliebige Punkte P_1 und P_2 . Betrachtet man bei steter Fortbewegung der Lichtwelle die

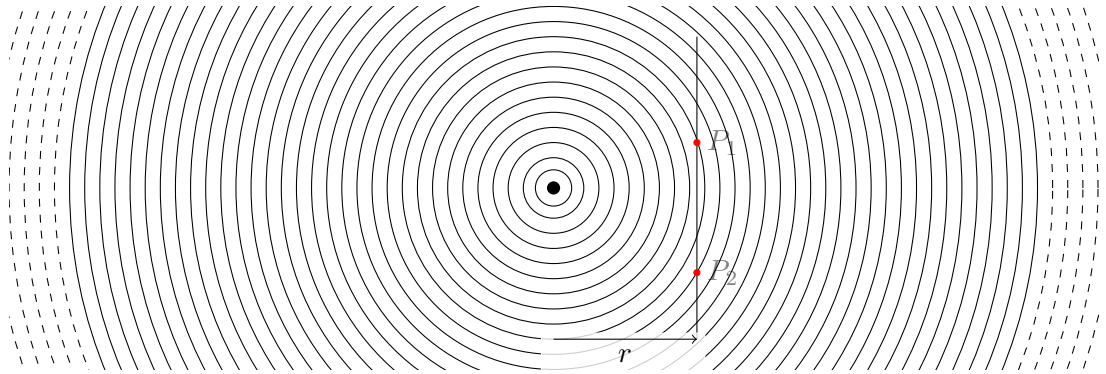


Abbildung 2.8: Zeitlich kohärente Punktlichtquelle

Phasendifferenz φ dieser zwei Punkte, so stellt man fest, dass diese konstant bleibt.

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \text{const.} \quad (2.26)$$

Die räumliche Kohärenzlänge $l_{\text{coh},s}$ beschreibt eine Fläche, innerhalb derer alle Punkte untereinander eine konstante Phasendifferenz aufweisen. Diese Fläche ist bei einer Punktlichtquelle kreisförmig und ihr Durchmesser entspricht der räumlichen Kohärenzlänge.

Abbildung 2.9 zeigt eine Punktlichtquelle mit endlicher zeitlicher Kohärenzlänge im stationären Zustand. Dies hat Auswirkungen auf die räumliche Kohärenzlänge, denn während die Punkte P_1 und P_2 eine feste Phasenbeziehung zueinander aufweisen, gilt

⁹Vgl: Werner Lauterborn und Thomas Kurz: Coherent Optics: Fundamentals and Applications. 2. Auflage. Berlin, Deutschland: Springer, 2003, ISBN 3-540-43933-1, Seite: 36.

dies nicht für den Punkt P_3 . Dieser weist zu keinem der beiden anderen Punkte eine feste

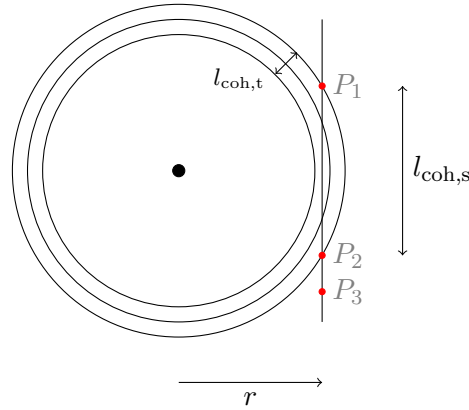


Abbildung 2.9: Punktlichtquelle mit endlicher Kohärenzlänge

Phasenbeziehung auf, da er sich nicht innerhalb der räumlichen Kohärenzlänge befindet. Die räumliche Kohärenzlänge ist in diesem Fall kleiner als bei einer zeitlich kohärenten Punktlichtquelle und wird durch die Strecke $\overline{P_1 P_2}$ angegeben. Verlässt man den stationären Zustand und lässt die Welle weiterlaufen, so zeigt sich in Abbildung 2.10, dass die räumliche Kohärenzlänge immer größer wird, da sich die Kreisbahn immer mehr einer Geraden annähert. Die Wellenfront wird zu einer ebenen Welle, wenn sie einen unendlich

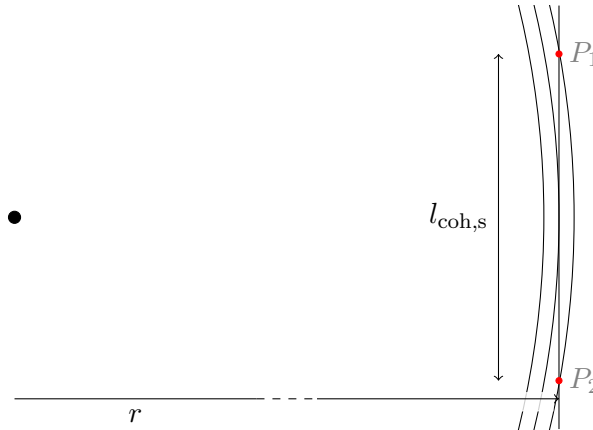


Abbildung 2.10: Punktlichtquelle mit endlicher Kohärenzlänge und größerem Abstand r

großen Weg r zurückgelegt hat. Praktisch kann dies mit einer Linse realisiert werden, in deren Brennpunkt eine Lichtquelle gestellt wird, die einem Punktstrahler entspricht. So entsteht eine ebene Wellenfront, die räumlich kohärent ist, da alle Punkte senkrecht zur Ausbreitungsrichtung immer die gleiche Phasendifferenz zueinander besitzen. Die Kohärenz zwischen zwei Punkten senkrecht zur Ausbreitungsrichtung kann mit der räumlichen Kohärenzfunktion berechnet werden. Diese wird über eine Kreuzkorrelation berechnet.

Räumlich-zeitliche Kohärenz

Aus einer räumlich-zeitlichen Betrachtung der Kohärenz kann ein Kohärenzvolumen abgeleitet werden. Innerhalb dieses Kohärenzvolumens besitzen alle Punkte eine feste Phasendifferenz zueinander. Abbildung 2.11 zeigt eine Wellenfront mit der zeitlichen Kohärenzlänge $l_{\text{coh},t}$. Das dunkelgrau hervorgehobene Kohärenzvolumen kann für diesen speziellen Fall über Kugelschalen beschrieben werden. An einem Ort, der von der Kugelkalotte bereits vollständig passiert wurde, ergibt sich ein ringförmiges Kohärenzvolumen. Dieses wird in Abbildung 2.11 durch die zweite, mit einem helleren Grau hinterlegte Fläche dargestellt.

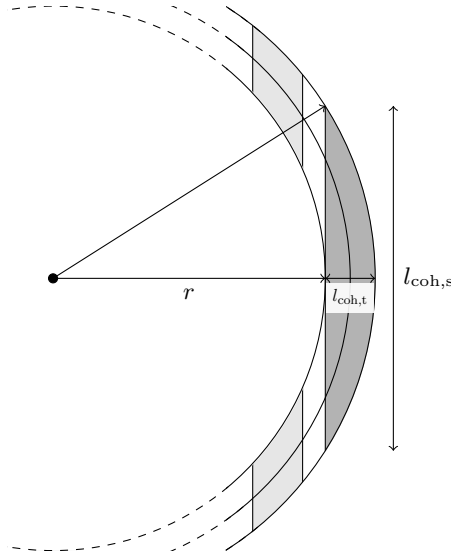


Abbildung 2.11: Punktlichtquelle mit endlicher Kohärenzlänge

Eine quantitative Beschreibung der räumlich-zeitlichen Kohärenz liefert der Kohärenzgrad. Er ergibt sich aus der wechselseitigen Kohärenzfunktion (engl.: *mutual coherence function*) und beschreibt den Kontrast und somit die Sichtbarkeit modulierter Intensitäten. Die wechselseitige Kohärenzfunktion besteht aus der räumlichen und der zeitlichen Kohärenzfunktion. Bei einer Normierung des Kohärenzgrades γ im Intervall von $\gamma_{\min} = 0$ bis $\gamma_{\max} = 1$ entspricht 1 einem vollständig kohärenten Wellenfeld und 0 einem inkohärenten Wellenfeld. Der Kohärenzgrad γ entspricht dem Modulationskontrast K (2.12) des Kosinus-Terms in Gleichung (2.17).

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \gamma \cos(\delta) \quad (2.27)$$

Für den inkohärenten Fall $\gamma = 0$ fällt der Interferenzterm in Gleichung (2.27) weg und es kommt zu einer Addition der Intensitäten I_1 und I_2 .

$$I = I_1 + I_2 \quad (2.28)$$

Für den kohärenten Fall $\gamma = 1$ ist der Interferenzterm in Gleichung (2.27) konstant und das Interferenzmuster wird mit dem größtmöglichen Kontrast durchmoduliert und entspricht somit Gleichung (2.17).

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\delta) \quad (2.29)$$

2.4 Beugung

Beugungserscheinungen beruhen auf Störungen von Wellenfeldern. Die Störungen können sich auf die Amplitude, die Phase oder beide Anteile der Wellenfunktion beziehen. Eine Blende, die in eine ebene Wellenfront gestellt wird, führt zu einer Amplitudenstörung. Auf einem Beobachtungsschirm hinter der Blende müsste bei geometrisch-optischer Betrachtung ein abrupter Übergang von hell zu dunkel sichtbar werden. Aufgrund von Superposition kommt es in der Übergangsregion zur Überlagerung von Feldstärken. Unter Verwendung einer Lichtquelle mit einem hinreichend großen Kohärenzvolumen wird diese Überlagerung als Interferenzmuster sichtbar. Dieses wird auch als Beugungsmuster bezeichnet, dessen Intensitätsverteilung von der Größe und Form der Blende, sowie dem Kohärenzgrad abhängt. Die Beobachtung von Beugungsmustern wurde bereits 1665 von Francesco Grimaldi beschrieben.¹⁰ Die Beugungsmuster beziehungsweise deren Feldstärkeverteilungen können mit dem Huygensschen Kugelwellenmodell erläutert werden. Laut diesem Modell erzeugt jeder Punkt entlang einer Wellenfront eine zweite sekundäre Kugelwelle.¹¹ Aus der Summe der sich überlagernden sekundären Kugelwellenfronten ergibt sich, wie in Abbildung 2.12a illustriert, eine Einhüllende, die der primär anregenden Wellenfront entspricht. Das Modell basiert auf der Annahme, dass sich die Kugelwellen

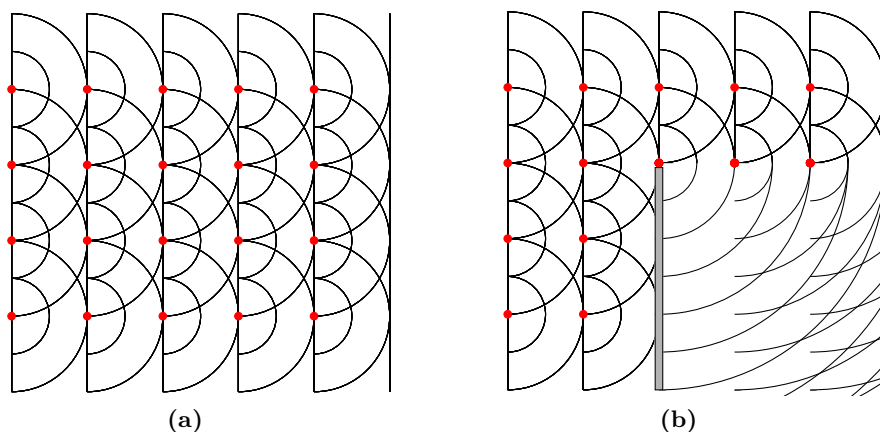


Abbildung 2.12: Ebene Wellenfronten und sekundäre Kugelwellen bei freier Ausbreitung und eingefügter Störung

¹⁰Vgl. Joseph W. Goodman: Introduction to Fourier Optics. 3. Auflage. Greenwood Village, United States: Roberts & Company Publishers, 2005, ISBN 0-9747077-2-4, Seite 32.

¹¹Vgl. Hecht und Zajac, a. a. O., Seite 104.

nur in die Ausbreitungsrichtung der Einhüllenden ausbreiten können, und lässt so keine Sekundärwellen entgegen der Ausbreitungsrichtung zu. Wird die primäre Wellenfront in ihrer Ausbreitung gestört, so endet diese nicht an der Störungsstelle, sondern propagiert aufgrund der angeregten sekundären Kugelwellen in das Gebiet hinter der Störung. Dieser Zusammenhang wird in Abbildung 2.12b dargestellt. Das Beugungsmuster entsteht aufgrund der Interferenz dieser sekundären Wellenfronten und kann auf einem Schirm betrachtet werden, der im Bild als gestrichelte Linie dargestellt wird.

Beugungsintegral

Das Beugungsmuster einer beliebigen Störung kann über das Kirchhoffsche Beugungsintegral berechnet werden. In kartesischen Koordinaten ist es folgendermaßen definiert:¹²

$$E(u, v, z) = \frac{1}{i\lambda} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{E(x, y, z=0)}{r} \exp[ikr] \cos(\theta) dx dy \quad (2.30)$$

Anhand von Abbildung 2.13 kann die Berechnung des Beugungsintegrals anschaulich nachvollzogen werden.¹³ Diese zeigt zwei zueinander parallel liegende Ebenen. Die x/y -

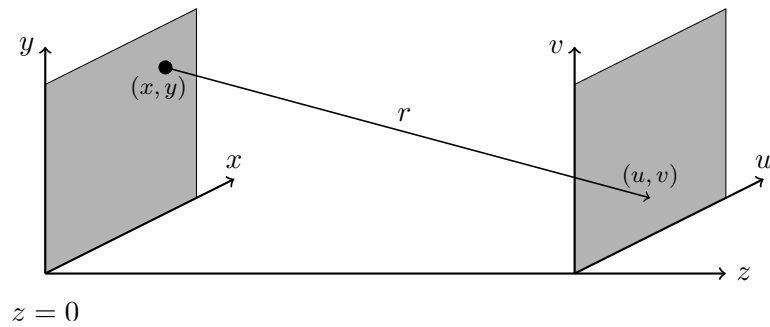


Abbildung 2.13: Geometrische Beschreibung des Beugungsintegrals

Ebene wird in positiver z -Richtung von einer ebenen Welle beleuchtet und beschreibt eine beliebige Störung, die ein entsprechendes Beugungsmuster in der u/v -Ebene hervorruft. Um die Verteilung der Feldstärke $E(u, v, z)$ in der u/v -Ebene zu berechnen, wird von jedem Punkt (x, y) eine sekundäre Kugelwelle in deren Richtung propagiert und dort für jeden Punkt (u, v) das Integral über alle Kugelwellenfronten gebildet. Der Term $\frac{1}{i\lambda}$ stellt einen Amplituden- und Phasenfaktor dar. Die Amplituden der sekundären Kugelwellen sind aufgrund dieses Terms umgekehrt proportional zur Wellenlänge λ der anregenden primären Welle und um $-\frac{\pi}{2}$ verschoben. Der Kosinus-Term beschreibt einen richtungsabhängigen Amplitudenfaktor, der sich aus dem Winkel zwischen r und z

¹²Vgl. Goodman, a. a. O., Seite 66.

¹³Siehe Lauterborn und Kurz, a. a. O., Zeichnung Seite 150.

ergibt:¹⁴

$$\cos(\theta) = \frac{z}{r} \quad (2.31)$$

Beugungsintegral in Fresnel- und Fraunhofer-Näherung

Die Berechnung des Kirchhoffschen Beugungsintegrals ist sehr aufwändig und benötigt auch mit rechnergestützten Systemen viel Zeit. Um die Berechnung von Beugungsmustern zu erleichtern, ist es sinnvoll, für bestimmte Parameter Näherungen zuzulassen und das Beugungsintegral sukzessive zu vereinfachen. Eine lineare Vereinfachung stellt die Fresnel-Näherung dar. Sie schränkt das Beugungsintegral dahingehend ein, dass nur Strahlen zugelassen werden, die einen kleinen Winkel mit der optischen Achse bilden.¹⁵ Für kleine Winkel θ zwischen dem Radius r und der Entfernung z kann die Kosinus-Funktion in Gleichung (2.30) mit 1 genähert werden:

$$\cos(\theta) = \frac{z}{r} \approx 1 \quad (2.32)$$

Mit dieser paraxialen Näherung kann der Radius der Kugelwellenfronten durch den Abstand der beiden Ebenen ersetzt werden. Es gilt somit:¹⁶

$$\frac{1}{r} \approx \frac{1}{z} \quad (2.33)$$

Die paraxiale Näherung kann aber nicht für den Radius in der Exponentialfunktion angenommen werden. Der Fehler, der sich mit dieser linearen Näherung ergibt, kann nicht mehr vernachlässigt werden.¹⁷ An dieser Stelle kann auf eine Näherung mittels Taylorreihen-Entwicklung zurückgegriffen werden. Der Radius einer Kugelwelle ergibt sich aus dem Satz des Pythagoras:

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{z^2 + (u-x)^2 + (v-y)^2} \\ &= z \sqrt{1 + \frac{(u-x)^2}{z^2} + \frac{(v-y)^2}{z^2}} \end{aligned} \quad (2.34)$$

Die Taylorreihen-Entwicklung der Wurzelfunktion lautet folgendermaßen:

$$\sqrt{1+a} = 1 + \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}a^2 + \dots \quad (2.35)$$

Die Größe des Fehlers, der durch die Näherung erzeugt wird, hängt davon ab, nach welchem Glied die Reihenentwicklung abgebrochen wird. Dieser Fehler wirkt sich auf die Genauigkeit aus, mit der die Phasenverteilung hinter der x/y -Ebene berechnet werden kann, da mit einer Näherung des Radius im Beugungsintegral (2.30) nicht mehr über

¹⁴Vgl. Lauterborn und Kurz, a. a. O., Seite 150.

¹⁵Vgl. Lauterborn und Kurz, ebd.

¹⁶Vgl. Lauterborn und Kurz, a. a. O., Seite 151.

¹⁷Vgl. Lauterborn und Kurz, ebd.

Kugelwellenfronten, sondern über parabolische Wellenfronten integriert wird. Die Frage, wie groß dieser Fehler sein darf, wird sehr ausführlich von Joseph Goodman¹⁸ diskutiert. Er kommt darin zu dem Schluss, dass der Fehler, der sich aus einem Abbruch der Taylorreihen-Entwicklung nach dem zweiten Glied für die Phasenverteilung ergibt, hinreichend klein ist. Das Kriterium, das dort angeführt wird, besagt, dass der Fehler, den diese Näherung im Phasenfeld erzeugt, kleiner als 1 Radiant sein muss. Der Radius wird durch den Abbruch nach dem zweiten Glied in Gleichung (2.35) somit folgendermaßen genähert:

$$r \approx z \left[1 + \frac{(u-x)^2}{2z^2} + \frac{(v-y)^2}{2z^2} \right] \quad (2.36)$$

Das Beugungsintegral ergibt sich mit den Näherungen aus den Gleichungen (2.32), (2.33) und (2.36) zu:

$$E(u, v, z) = \frac{\exp[ikz]}{i\lambda z} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} E(x, y, z=0) \exp \left[\frac{ik}{2z} \left[(u-x)^2 + (v-y)^2 \right] \right] dx dy \quad (2.37)$$

Für das Fernfeld kann eine weitere Näherung eingeführt werden, die als Fraunhofer-Näherung bezeichnet wird. Diese gilt für einen großen Abstand z . Für die geforderten Abstände gehen die gekrümmten, sekundären Wellenfronten in ebene Wellenfronten über. Dieser Sachverhalt entspricht der Darstellung in Abbildung 2.10. Durch Umformung der zwei quadratischen Terme im Exponenten der Gleichung (2.37) ergibt sich:

$$E(u, v, z) = \frac{\exp[ikz]}{i\lambda z} \exp \left[\frac{ik}{2z} \left[u^2 + v^2 \right] \right] \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} E(x, y) \exp \left[\frac{ik}{2z} \left[x^2 + y^2 \right] \right] \exp \left[-\frac{ik}{z} \left[ux + vy \right] \right] dx dy \quad (2.38)$$

Der quadratische Phasenterm in Gleichung (2.38) beschreibt den Radius des Paraboloiden an der Position (x, y) . Mit der Annahme von großen Abständen z gegenüber x und y strebt der Exponent der Exponentialfunktion gegen 0 und der Phasenterm kann mit 1 genähert werden.¹⁹

$$\exp \left[i \frac{\pi}{\lambda z} \left[x^2 + y^2 \right] \right] \approx 1 \quad (2.39)$$

¹⁸Vgl. Goodman, a. a. O., Seite 69.

¹⁹Vgl. Lauterborn und Kurz, a. a. O., Seite 152.

Die Fraunhofer-Näherung des Kirchhoffschen Beugungsintegrals lautet somit:

$$E(u, v, z) = \frac{\exp[ikz]}{i\lambda z} \exp\left[\frac{ik}{2z} [u^2 + v^2]\right] \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} E(x, y) \exp\left[-\frac{ik}{z} [ux + vy]\right] dx dy \quad (2.40)$$

$$= A(x, y, z) \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} E(x, y) \exp\left[-\frac{ik}{z} [ux + vy]\right] dx dy \quad (2.41)$$

und beschreibt den Fall der Fraunhofer-Beugung im Fernfeld.

Fourier-Optik

Das Beugungsintegral in der Fraunhofer-Näherung (2.41) lautet nach Umformung der Kreiswellenzahl (2.3):

$$E(u, v, z) = A(x, y, z) \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} E(x, y) \exp\left[-2\pi i \left[\frac{u}{\lambda z} x + \frac{v}{\lambda z} y\right]\right] dx dy \quad (2.42)$$

Aus dieser Umformung wird ersichtlich, dass es sich beim Beugungsintegral in der Fraunhofer-Näherung im mathematischen Sinne um eine Fourier-Transformation handelt. Die Feldstärkeverteilung in der u/v -Ebene entspricht somit der Fourier-Transformierten der Feldstärkeverteilung in der x/y -Ebene. Diese muss jedoch mit dem Term $A(x, y, z)$ gewichtet werden:

$$E(u, v) = A(x, y, z) \mathcal{F}[E(x, y)] \quad (2.43)$$

Die Verteilung der Feldstärke in der x/y -Ebene kann als eine Überlagerung von ebenen Wellen mit unterschiedlichen Winkeln α und β zur optischen Achse z angesehen werden. Dieser Zusammenhang wird in Abbildung 2.14 illustriert.²⁰ Jede dieser Wellen erzeugt in Abhängigkeit von ihrer Neigung im Fernfeld einen Punkt in der u/v -Ebene. Das Winkelspektrum zeigt die im beugenden Objekt enthaltenen Frequenzen, welche im Exponenten der Fourier-Transformation (2.42) gegeben sind. Sie werden als Ortsfrequenzen bezeichnet. Die Ortsfrequenzen werden als neue Koordinaten (f_x, f_y) definiert und sind proportional zu den Winkeln α und β . Mit diesen Frequenzkoordinaten kann die Fourier-Transformation folgendermaßen dargestellt werden:

$$E(f_x, f_y) \approx \mathcal{F}[E(x, y)] \quad (2.44)$$

²⁰Siehe Lauterborn und Kurz, a. a. O., Zeichnung Seite 153.

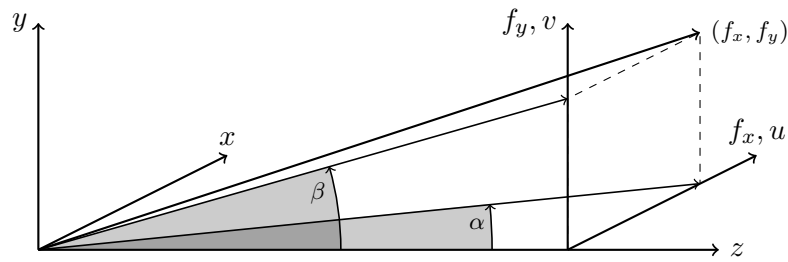


Abbildung 2.14: Geometrische Beschreibung von Ortsfrequenzen

Je stärker eine Störung in der x/y -Ebene beugt, desto größer ist der Winkel der Wellennormalen zur optischen Achse z und die dazugehörige Ortsfrequenz in der f_x/f_y -Ebene.²¹

$$\begin{aligned} f_x &= \frac{u}{\lambda z} \\ f_y &= \frac{v}{\lambda z} \end{aligned} \quad (2.45)$$

Die optische Fourier-Transformation kann mit einer Sammellinse durchgeführt werden. Abbildung 2.15 zeigt eine bikonvexe Linse, die von einer ebenen Welle beleuchtet wird.²² Die Welle ist um den Winkel β zur optischen Achse geneigt und wird von der Linse in die Brennebene fokussiert. Diese Fokussierung entspricht der Propagation des Wellenfeldes

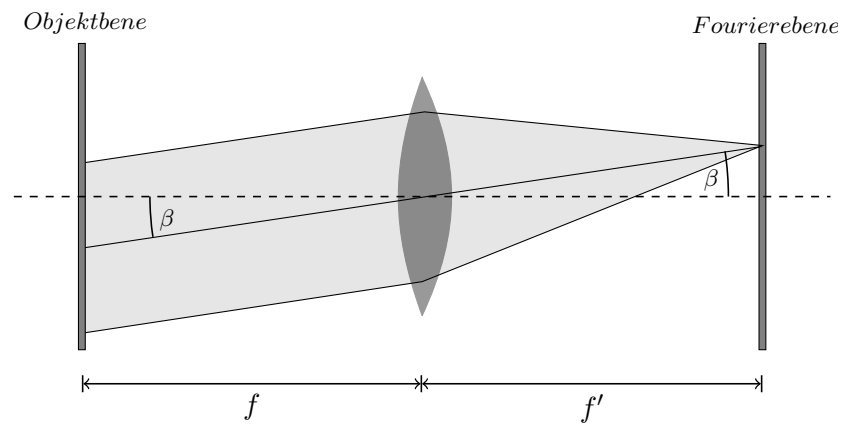


Abbildung 2.15: Fourier-Transformation einer Sammellinse in der Fourier-Ebene.

in einen unendlich großen Abstand z und erfüllt somit alle Bedingungen der Fraunhofer-Näherung. Die Feldstärkeverteilung in der Brennebene entspricht deshalb dem Winkelspektrum des einfallenden Lichts. Aus diesem Grund wird die Brennebene hier auch als

²¹Vgl. Lauterborn und Kurz, a. a. O., Seite 153.

²²Siehe Lauterborn und Kurz, a. a. O., Zeichnung Seite 155.

Fourier-Ebene bezeichnet. Die Lage des Brennpunktes in der Fourier-Ebene ergibt sich aus Gleichung (2.45) mit der Brennweite f' zu:²³

$$\begin{aligned} f_x &= \frac{u}{\lambda z} = \frac{\tan(\alpha)}{\lambda} = \frac{u}{\lambda f'} \\ f_y &= \frac{v}{\lambda z} = \frac{\tan(\beta)}{\lambda} = \frac{v}{\lambda f'} \end{aligned} \tag{2.46}$$

Die Intensität des Winkelspektrums ist aufgrund des in Abschnitt 2.2 erläuterten Zusammenhangs durch das Betragsquadrat von Gleichung (2.44) gegeben und wird als Powerspektrum bezeichnet.²⁴

$$I(f_x, f_y) \approx |\mathcal{F}[E(x, y)]|^2 \tag{2.47}$$

²³Vgl. Lauterborn und Kurz, a. a. O., Seite 155.

²⁴Vgl. Lauterborn und Kurz, ebd.

3 Holografie

3.1 Grundprinzip der Holografie

Die Holografie ist ein Verfahren, mit dem Informationen über die Phasenverteilung und die Amplitudenverteilung eines Wellenfeldes gespeichert werden können, um diese zu einem späteren Zeitpunkt wieder zu rekonstruieren. Das holografische Verfahren wurde 1948 von Gabor erfunden, als er an einem zweistufigen Abbildungssystem zur Verminderung der sphärischen Aberration von Elektronenmikroskopen arbeitete. Er veröffentlichte seine Forschungsergebnisse in der Zeitschrift *Nature*.^{1,2}

Das Grundprinzip besteht in der Überlagerung zweier Wellenfelder und der Detektion des entstehenden Interferenzmusters. Häufig handelt es sich bei diesem Detektor um einen auf Silberhalogeniden basierenden hochauflösenden Film. Bei der Entwicklung des Films entsteht eine beugende Struktur. Diese Struktur besitzt die Eigenschaft, mit einem der beiden Wellenfelder das jeweils andere rekonstruieren zu können. Da bei der Rekonstruktion die Amplitude und die Phase der Welle rekonstruiert werden können, ist es möglich, mit dieser Technik die räumliche Gestalt eines Objekts zu speichern und wiederzugeben. Hologramme werden aber nicht nur für die Aufnahme von dreidimensionalen Objekten genutzt, sondern können auch in der Lichtlenkung, interferometrischen Messtechnik und vielen anderen Gebieten eingesetzt werden.

Mit Abbildung 3.1a soll die holografische Aufnahmetechnik anhand eines sphärischen Objektes erläutert werden. Bild (a) zeigt das Objekt, welches von einer ebenen Welle E beleuchtet wird. Die ebene Welle trifft auf das Objekt und wird an dessen Oberfläche reflektiert. Aufgrund der gewölbten Form des Objektes kommt es bei der Reflexion zu einer Phasendifferenz zwischen den vielen neu entstehenden Elementarwellen und es entsteht in der Summe ein Kugelwellenfeld. Die Phase dieses Wellenfeldes, das als Objektwelle O bezeichnet wird, trägt nun die Information über die räumliche Ausdehnung des Objektes. Wenn diese Information zu einem späteren Zeitpunkt wieder rekonstruiert werden soll, ohne das Objekt einzusetzen, müssen die Amplitude und Phase der Wellenfront O „gespeichert“ werden. Diese Speicherung kann nur mit einem holografischen Material erreicht werden, dessen Ortsauflösung so groß ist, dass das Interferenzmuster von den sich überlagernden Lichtwellen aufgelöst wird. Neben holografischen Filmen exis-

¹Gabor, a. a. O.

²In folgendem Buch findet sich die Reproduktion eines interessanten Briefs an Max Born, in dem er diesen auf das neue Verfahren und dessen Publikation aufmerksam macht: Richard R.A. Syms: *Practical Volume Holography*. 1. Auflage. Oxford, United Kingdom: Clarendon Press, 1990, ISBN 0198561911, Seite: 18

tieren andere Materialien, die für holografische Aufnahmen eingesetzt werden können. In der vorliegenden Arbeit wird ein Fotopolymer für die Aufnahme der Hologramme eingesetzt, auf das in Abschnitt 3.5 näher eingegangen wird. Um das zur Speicherung der Objektwelle O benötigte Interferenzmuster zu erzeugen, wird diese mit einer Referenzwelle R überlagert. Wie in Abschnitt 2.3 erläutert, kann ein Interferenzmuster mit hohem Kontrast nur von einer Lichtquelle erzeugt werden, welche neben anderen Bedingungen auch ein hinreichend großes Kohärenzvolumen aufweist. Ein Laser, dessen Strahl zu einem ebenen Wellenfeld aufgeweitet wird, stellt eine solche Lichtquelle dar. Um einen hohen Kohärenzgrad zwischen Referenzwelle und Objektwelle zu erreichen, wird der Laserstrahl mit einem Strahlteiler aufgespalten. So wird garantiert, dass die beiden Wellenfronten eine konstante Phasendifferenz aufweisen. Das holografische Material kann nun in dem interferierenden Wellenfeld platziert werden. In Abbildung 3.1a wird dieses Material durch ein graues Rechteck dargestellt. Es ist grundsätzlich möglich, das Interferenzmuster an allen Orten der Überlagerung aufzunehmen. Die Polarisation und die Winklung der beiden Wellen zum Material sind entscheidend für mehrere Parameter, die sich auf den Kontrast und die Effizienz der Hologramme auswirken. Auch die Form der Referenzwelle kann grundsätzlich frei gewählt werden. Um eine Rekonstruktion zu erzeugen, die identisch mit dem Wellenfeld des aufgenommenen Objektes ist, muss die Form der Referenzwelle bei der Aufnahme und Rekonstruktion ebenfalls identisch sein. Aus diesem Grund wird bei der Form der Referenzwelle auf eine ebene Welle oder eine Kugelwelle zurückgegriffen. Beide Wellenformen können mit wenig Aufwand erzeugt werden. Mit der Belichtung und Weiterverarbeitung erhält das holografische Material die

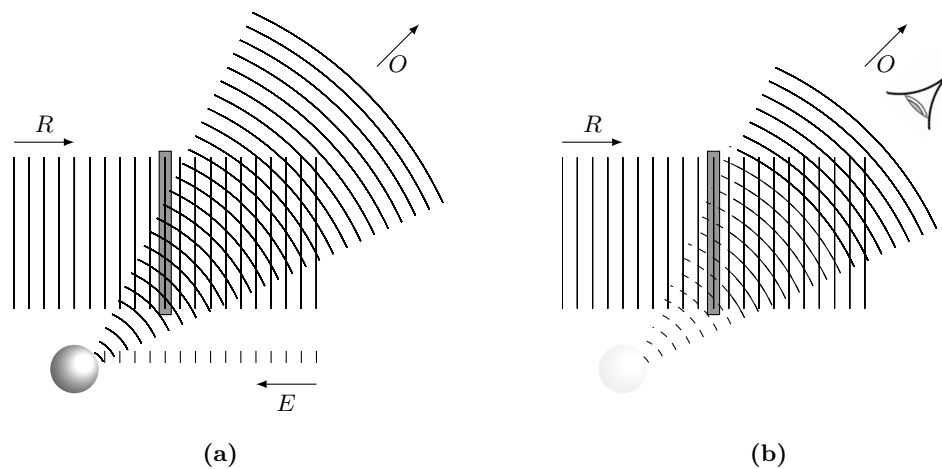


Abbildung 3.1: Aufnahme und Rekonstruktion eines runden Objektes

Eigenschaft, Licht zu beugen. Auf die Ursache dieser Eigenschaft wird in Abschnitt 3.2 eingegangen. Der Beugungswinkel variiert mit dem zuvor belichteten Interferenzmuster. Um die Objektwelle zu rekonstruieren, muss das Interferenzmuster unter dem gleichen Winkel und mit der Referenzwelle der Aufnahme beleuchtet werden. Abbildung 3.1b zeigt die Rekonstruktion der Objektwelle aus dem aufgenommenen Interferenzmuster.

Die Referenzwelle, die auf die beugende Struktur trifft, erzeugt viele Einzelwellen, deren Summe hinter dem holografischen Material die Wellenfront der aufgenommenen Objektwelle rekonstruiert. Die rekonstruierte Objektwelle enthält, wie bereits erwähnt, die räumliche Information des holografierten Objekts und erzeugt ein virtuelles Bild dessen. Es kann von einem Beobachter, der in die Wellenfront schaut, betrachtet werden.

3.2 Phasen- und Amplitudenhologramme

Für die Herstellung von Hologrammen werden Materialien benötigt, deren räumliche Phasen- und Amplitudenmodulation gezielt durch Belichtung gesteuert werden kann. Die Stärke der Modulation ist von der eingestrahlten Intensität und der Dauer der Belichtung t_H abhängig.³

$$H(x, y) = \int_0^{t_H} I(x, y, t) dt \quad (3.1)$$

Holografische Materialien werden über ihre komplexe Transmissionsfunktion τ charakterisiert. Diese ergibt sich aus dem Verhältnis von transmittiertem Wellenfeld E_t und auftreffendem Wellenfeld E_e .^{4,5}

$$\tau = \frac{E_t}{E_e} = T \exp[i\varphi] \quad (3.2)$$

Optimal wären Materialien, die gleichzeitig eine Phasen- und Amplitudenmodulation erzeugen. Bisher existieren aber nur Materialien, die hauptsächlich eine Phasen- oder Amplitudenmodulation erzeugen. Hologramme, die auf Materialien basieren, welche die Phase bei konstanter Amplitude modulieren, werden als Phasenhologramme bezeichnet. Analog dazu bestehen Amplitudenhologramme aus Materialien, deren optische Dichte moduliert wird, während die Phase konstant bleibt. Anhand von Abbildung 3.2 werden diese beiden Fälle dargestellt.⁶ Abbildung 3.2a zeigt eine Welle, die ein Medium passiert, welches die Amplitude T verringert. Auf die Phase φ nimmt das Medium jedoch keinen Einfluss, weshalb diese konstant bleibt. Dieser Zusammenhang wird auch aus dem Zeigerdiagramm ersichtlich. Die Länge des Zeigers, der die Amplitude repräsentiert, verringert sich, während der Winkel des Zeigers nach zwei Schwingungen wieder den gleichen Wert wie am Startpunkt aufweist. Abbildung 3.2b zeigt den gegensätzlichen Fall für ein Medium, das die Phase der Welle moduliert, sich aber nicht auf die Amplitude auswirkt. Während die Amplitude gleich bleibt, ändert sich der Phasenwinkel. In den folgenden Abschnitten werden ausschließlich Phasenhologramme betrachtet, da es sich bei dem verwendeten Fotopolymer um ein phasenmodulierendes Material handelt.

³Vgl: Lauterborn und Kurz, a. a. O., Seite 102.

⁴Vgl. Gerhard K. Ackermann und Jürgen Eichler: Holography A Practical Approach. Weinheim, Deutschland: Wiley-VCH, 2007, Seite 61.

⁵Vgl Lauterborn und Kurz, a. a. O., Seite 103.

⁶Siehe: Stefan Altmeyer: Skript Mikroskopie und Bildgebende Verfahren. Fachhochschule Köln, Deutschland, 2007, Seite 6.

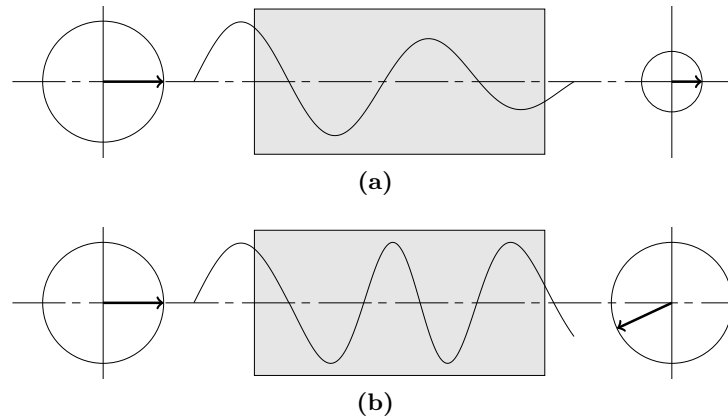


Abbildung 3.2: Wirkung von Amplitudenmodulation (a) und Phasenmodulation (b) mit Zeigerdiagramm am Beispiel einer Sinus-Funktion

3.3 Belichtung und Rekonstruktion von Phasengittern

In Abschnitt 3.1 wurde das holografische Prinzip anhand des allgemeinen Falles einer beliebigen Wellenfront erläutert. Um die Ausrichtung des aus der Amplitude der überlagernden Wellenfelder resultierenden Gradienten der Phasenmodulation zu erläutern, wird in diesem Abschnitt auf die Belichtung eines harmonischen Gitters zurückgegriffen. Komplexe Hologramme können auch als Überlagerung vieler holografischer Gitter mit unterschiedlichen Ausrichtungen und Gitterkonstanten betrachtet werden.

Transmissionsgitter

Ein harmonisch modulierte Gitter kann, wie in Abschnitt 2.3 beschrieben, mittels Zweistrahlinterferenz zweier ebener Wellen erzeugt werden. Abbildung 3.3a zeigt eine solche Überlagerung von zwei ebenen Wellen. Die Verkipfung der Wellen wird über den Winkel, der sich zwischen dem Wellenvektor \vec{k} und dem Lot auf der Beobachtungsebene \vec{n} aufspannt, definiert. Das harmonisch modulierte Gitter kann in ein holografisches Material belichtet werden. Bei der Belichtung bilden sich, wie in Abbildung 3.3b illustriert, Gitterlamellen im Material aus. Die Periode dieses Gitters wird als Gitterkonstante g bezeichnet und mit der Gittergleichung berechnet:⁷

$$g = \frac{\lambda}{\sin(\alpha) + \sin(\beta)} \quad (3.3)$$

Die Gitterlamellen orientieren sich in ihrer Ausrichtung entlang der Winkelhalbierenden des Winkels, den die beiden Wellenvektoren \vec{k}_1 und \vec{k}_2 aufspannen.

$$\gamma = \frac{\alpha + \beta}{2} \quad (3.4)$$

⁷Vgl: Ackermann und Eichler, a. a. O., Seite:24.

Um das Gitter zu rekonstruieren, muss es, wie in Abschnitt 3.1 beschrieben, mit der Referenzwelle beleuchtet werden. Da bei der Belichtung eines Gitters Referenz- und Objektwelle in ihrer Form identisch sind, ist es in diesem Fall beliebig, welche Welle als Referenzwelle zur Rekonstruktion des Gitters genutzt wird. Bei der Beleuchtung des Gitters

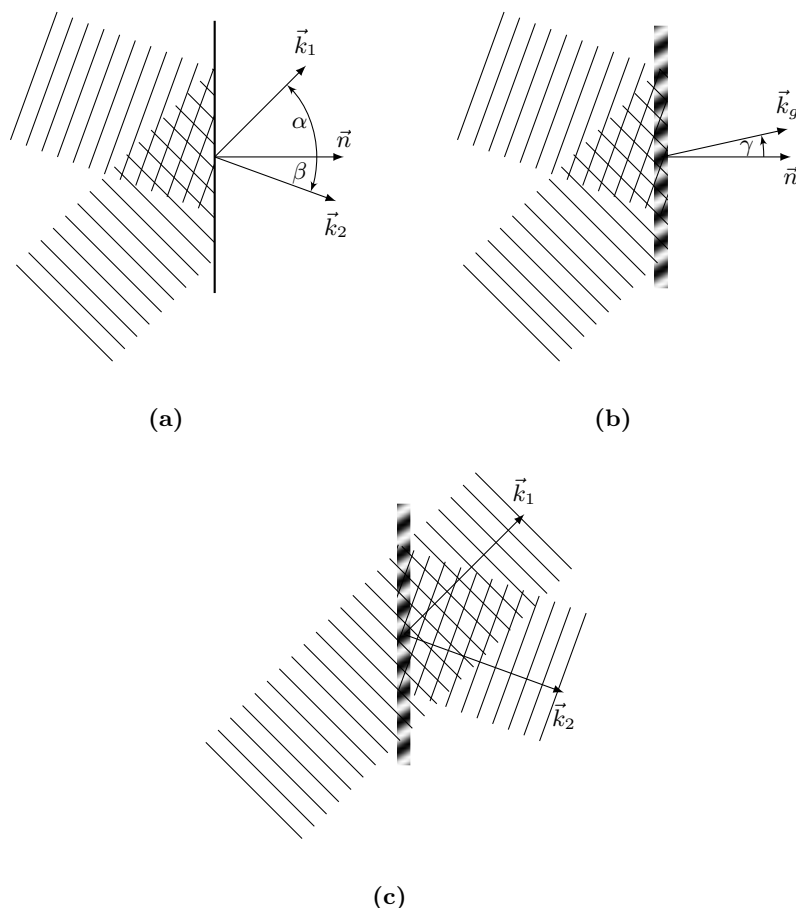


Abbildung 3.3: Zweistrahlinterferenz (a), Aufnahme eines Transmissionsgitters (b) und Rekonstruktion der Objektwelle (c)

mit der Referenzwelle wird diese, wie in Abbildung 3.3c dargestellt, gebeugt. Der Anteil der Referenzwelle, der geradlinig weiterläuft, wird als 0. Beugungsordnung bezeichnet. Die -1 . Beugungsordnung stellt die Rekonstruktion der Objektwelle dar und wird in Bezug auf die 0. Beugungsordnung als höhere Beugungsordnung bezeichnet. Bei einem harmonischen Phasengitter entstehen theoretisch unendlich viele Beugungsordnungen.⁸

⁸Vgl: Lauterborn und Kurz, a. a. O., Seite 62.

Die Winkel der höheren Beugungsordnungen können wie folgt berechnet werden:

$$\sin(\beta) = \frac{m\lambda}{g} - \sin(\alpha), \text{ mit } m \in \mathbb{Z} \quad (3.5)$$

Die Lage dieser höheren Beugungsordnungen kann bei der Belichtung des Gitters über die beiden Winkel α und β gesteuert werden. Holografische Gitter, bei denen die Referenz- und Objektwelle - vom holografischen Material aus betrachtet - auf der gleichen Seite liegen, werden als Transmissionsgitter bezeichnet. Die rekonstruierte Welle wird bei solchen Gittern durch das holografische Material transmittiert.

Reflexionsgitter

Holografische Gitter, bei denen die Referenzwelle während der Rekonstruktion vom holografischen Material reflektiert wird, werden als Reflexionshologramme bezeichnet. Um ein solches Gitter zu belichten, müssen Objekt- und Referenzwelle von unterschiedlichen Seiten auf das holografische Material treffen. Die resultierende Überlagerung der beiden gegensätzlich laufenden Wellenfelder erzeugt eine stehende Welle. Wird ein holografisches Material in diesem Wellenfeld platziert, bilden sich im Material die Gitterlamellen senkrecht zur stehenden Welle aus. Die geometrische Konstruktion der Gitterlamellen folgt dem Prinzip, das bereits bei den Transmissionsgittern angewandt wurde, und wird in Abbildung 3.4 dargestellt. Die Winkel beziehen sich hierbei jedoch nicht auf die Flächennormale des Materials, sondern auf die Ebene, die das holografische Material aufspannt.

Dicke und dünne Hologramme

Hologramme werden auch über das Verhältnis der Gitterkonstante g zur Dicke d_{material} des Materials definiert. Als dick werden Hologramme dann bezeichnet, wenn das Produkt, das sich aus der Dicke und der verwendeten Wellenlänge ergibt, groß gegenüber dem Quadrat der Gitterkonstante ist.⁹

$$\lambda d_{\text{material}} \gg g^2 \quad (3.6)$$

Laut dieser Definition müssen alle Reflexionshologramme dicke Hologramme sein, da ihre Gitterkonstante immer kleiner als die Dicke des Materials sein muss. Dicke Hologramme werden auch als Volumen hologramme bezeichnet. Als dünne Hologramme werden solche beschrieben, deren Gitterkonstante g groß gegenüber der Materialdicke d_{material} ist.¹⁰ In Abhängigkeit von der Dicke des verwendeten Materials ist es möglich, dicke und dünne Transmissionshologramme herzustellen.

⁹Vgl. Stefan Altmeyer: Skript Holographie. Fachhochschule Köln, Deutschland, 2011, Kapitel 8.

¹⁰Vgl. Ackermann und Eichler, a. a. O., Seite 59.

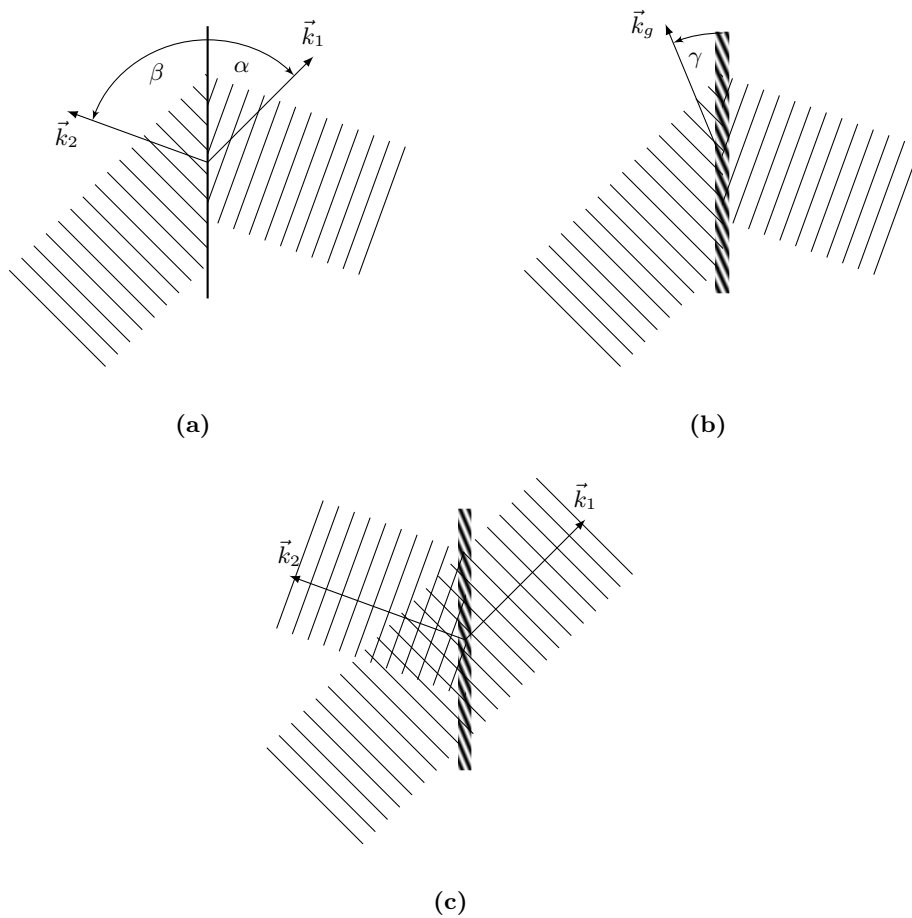


Abbildung 3.4: Zweistrahlinterferenz (a), Aufnahme eines Reflexionsgitters (b) und Rekonstruktion der Objektwelle (c)

3.4 Beugungseffizienz

Phasen- und Amplitudenhologramme unterscheiden sich in ihren Eigenschaften. Ein wesentlicher Unterschied besteht darin, dass Phasenhologramme kein Licht absorbieren und demzufolge keinen Einfluss auf die Amplitude nehmen.¹¹ Ein weiterer Vorteil ist, dass Phasenhologramme eine höhere Beugungseffizienz als Amplitudenhologramme aufweisen können. Um die Beugungseffizienz zu messen, wird in den meisten Fällen ein Amplituden- oder Phasengitter in das Material belichtet. Für die Messung der Beugungseffizienz wird das belichtete Gitter mit einer ebenen Welle beleuchtet. Die Beugungseffizienz beschreibt das Intensitätsverhältnis zwischen der 0. und -1 . Beugungsordnung. Die Intensitäten können mit einer Photodiode bestimmt werden, indem man sie in der 0. und -1 . Beugungsordnung misst und das Verhältnis bildet. Die maximale Beugungseffizienz eines

¹¹Vgl. Ackermann und Eichler, a. a. O., Seite 61.

dünnen Phasengitters kann berechnet werden und liegt bei 33,9%.¹² Die maximale Beugungseffizienz eines dünnen Amplitudengitters liegt bei 6,25%.¹³ Die Effizienz von Volumenhologrammen kann mit der Theorie der gekoppelten Wellen berechnet werden.¹⁴ Auf diese Theorie soll an dieser Stelle nicht weiter eingegangen werden. Sie besagt, dass dicke Phasengitter eine höhere Beugungseffizienz als dicke Amplitudengitter aufweisen können. Die Beugungseffizienz eines phasenmodulierenden Volumenhologramms kann laut dieser theoretisch 100% betragen. Aus diesem Grund werden in der Holografie hauptsächlich Phasenhologramme belichtet.

3.5 Fotopolymer

In diesem Abschnitt soll auf Fotopolymere als Material für die Herstellung von holografischen Elementen eingegangen werden. Polymere entstehen aufgrund chemischer Reaktionen, bei denen sich einzelne Moleküle, die auch als Monomere bezeichnet werden, zu längeren Molekülketten verbinden. Bei dieser Art von Reaktion handelt es sich um eine Additionsreaktion, die als Polymerisation bezeichnet wird.¹⁵ Monomere sind Moleküle, die eine Doppelbindung aufweisen. Diese Doppelbindungen werden zu Beginn des Polymerisationsprozesses aufgebrochen, um sich später in Ketten anzuordnen. Polymere können in holografischen Prozessen eingesetzt werden, da über den Polymerisationsprozess eine räumliche Modulation des Brechungsindex im Material erreicht werden kann. Bei Hologrammen, die in dieses Material belichtet werden, handelt es sich somit um Phasenhologramme. Es gibt unterschiedliche Möglichkeiten, den Prozess der Polymerisation zu starten. Eine Möglichkeit ist der Einsatz von Radikalen, weshalb der Prozess auch radikalische Polymerisation genannt wird.¹⁶ Radikale sind Atome oder Moleküle, die ungepaarte Elektronen aufweisen und deshalb sehr schnell mit anderen Atomen oder Molekülen Bindungen eingehen. Sie werden benötigt, um in einer Primärreaktion den Prozess der Kettenbildung anzuregen. Dabei werden Initiatoren eingesetzt, bei denen es sich um Moleküle handelt, die schnell zerfallen und dabei Radikale bilden. Für die Herstellung der holografischen Elemente wird im Rahmen dieser Arbeit ein neu entwickeltes Fotopolymer der Firma Bayer eingesetzt. Es ist davon auszugehen, dass in dem verwendeten Material ein radikalischer Polymerisationsprozess stattfindet.¹⁷ Polymere werden als Fotopolymere bezeichnet, wenn Licht die Ursache für die Initiation des Polymerisationsprozesses ist. Abbildung 3.5 zeigt eine schematische Darstellung des Belich-

¹²Vgl. Ackermann und Eichler, a. a. O., Seite 63.

¹³Vgl. Ackermann und Eichler, a. a. O., Seite 60.

¹⁴Kogelnik Herwig: Coupled Wave Theory for thick hologram gratings. Bell System Technical Journal, 48 1969.

¹⁵Declan Kennedy: Leaving Chemistry Live! Dublin, Ireland: Folens Publishers, 2000, ISBN 978-1841313920.

¹⁶Mirjam Kratzert und Stefan Ibold: Didaktik der Chemie FU Berlin. Berlin, Deutschland, <URL: <http://www.chemie.fu-berlin.de/fb/fachdid/>>.

¹⁷Vgl: Horst Berneth et al.: Holographic recording aspects of high-resolution Bayfol HX photopolymer. In Practical Holography XXV: Materials and Applications , Proceedings of the SPIE. Band 7957, United States: SPIE - The International Society for Optical Engineering, 2011, Seite 6 (4).

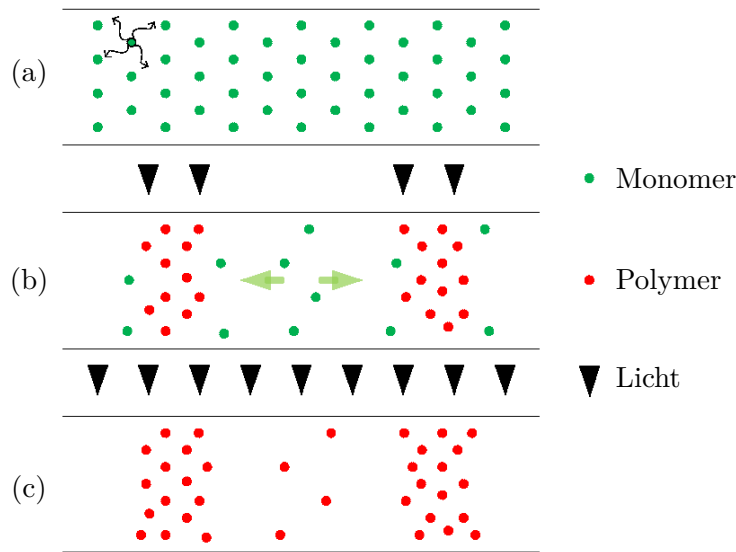


Abbildung 3.5: Schematische Darstellung des Belichtungsprozesses im Fotopolymer

tungsvorganges.¹⁸ Die photoaktive Schicht besteht im unbelichteten Zustand 3.5(a) aus Monomeren, die gleichverteilt in einer vorgeformten Matrix eingebettet sind. Bei dieser Matrix handelt es sich ebenfalls um ein Polymer, das eine hohe mechanische Stabilität aufweist und eine einfache Verarbeitung des Materials ermöglicht. Bei einer partiellen Belichtung 3.5(b) werden Photoinitiatoren von der Energie des Lichtes angeregt. Dabei setzen diese Radikale frei, welche mit den vorhandenen Monomeren reagieren und die Polymerisation starten. An die so gebildeten Ketten lagern sich immer neue Monomere an und es kommt aufgrund des Gradienten zu einer Diffusion von Monomeren aus unbelichteten zu belichteten Regionen. Nach einer gewissen Zeit ist nur noch eine geringe Anzahl an Monomeren vorhanden und der Polymerisationsprozess kommt zum Erliegen. Um das Material zu fixieren 3.5(c), also eine spätere ungewollte Polymerisation der nicht diffundierten Monomere zu verhindern, wird es mit einer homogenen Lichtquelle beleuchtet und die restlichen Monomere werden damit kontrolliert zur Polymerisation gebracht. Fotopolymere besitzen gegenüber klassischen holografischen Materialien auf Basis von Silberhalogeniden den Vorteil, dass sie nicht nasschemisch verarbeitet werden müssen. Das verwendete Material zeigt zudem eine sehr gute Effizienz bei Reflexions- und Transmissionshologrammen.¹⁹ Das im Rahmen dieser Arbeit verwendete Fotopolymer hat eine Schichtdicke von $16\text{ }\mu\text{m}$ und wird während der Produktion auf eine $145\text{ }\mu\text{m}$ dicke Polycarbonatfolie aufgebracht, die als Träger fungiert. Während der Produktion werden beide Seiten mit Schutzfolien versehen, die vor der Verarbeitung entfernt werden

¹⁸Siehe: Manuel Noppel: Holografisches Multiplexing in Photopolymeren, Diplomarbeit. Köln, Deutschland, 2011, Zeichnung Seite 34.

¹⁹Vgl. Berneth et al., a. a. O., Seite 5.

müssen. Das Fotopolymer ist selbstklebend und kann vom Anwender auf einen Objektträger geklebt werden. Die verwendeten Objektträger entsprechen der ISO 8037-1 und weisen so - in engen Grenzen - die gleichen Eigenschaften auf.²⁰

²⁰ISO8037-1: Optics and optical instruments - Microscopes Slides - Part 1: Dimensions, optical properties and marking. Berlin, Deutschland, 2003.

4 Experimenteller Aufbau

Im ersten Abschnitt dieses Kapitels wird der Aufbau des Systems beschrieben, mit dem die Holografisch-Optischen Elemente belichtet werden. Im Folgenden wird dann auf die zentralen Teile des Belichtungssystems, bestehend aus dem räumlichen Lichtmodulator und der optischen Filterung, eingegangen.

4.1 Holografisches Belichtungssystem

Das Belichtungssystem wird auf einer optischen Bank modular aufgebaut. Diese Modularität ermöglicht es, den Aufbau in zwei Varianten zu realisieren und sehr schnell umzubauen. In einer Variante des Aufbaus können reflektive holografische Elemente belichtet werden. Eine zweite Variante des Systems ermöglicht die Belichtung transmittiver holografischer Elemente. Die Modularität und der schnelle Umbau unterstreichen noch einmal den Anspruch, ein System zu entwickeln, das Rapid Prototyping ermöglicht.

Belichtung von reflektiven Holografisch-Optischen Elementen

Abbildung 4.1 zeigt schematisch den Aufbau des Systems zur Belichtung von reflektiven holografischen Elementen. Als monochromatische Lichtquelle dient ein frequenzverdopelter 532 nm Diodenlaser mit einer Leistung von 150 mW.¹ Der Laserstrahl wird mit dem variablen Strahlteiler ST_1 in zwei Arme geteilt. Zunächst wird der Arm erläutert, der vom Strahlteiler unter 90° reflektiert wird. Der Laserstrahl wird in diesem Arm mit dem Spiegel S_1 um 90° abgelenkt und mit dem Pinhole P_1 sowie der Linse L_1 zu einer ebenen Wellenfront aufgeweitet. Die ebene Wellenfront wird nach der Aufweitung von Spiegel S_2 unter 90° reflektiert und in den zweiten halbdurchlässigen Strahlteiler ST_2 eingekoppelt. Dieser Strahlteiler reflektiert die ebene Welle unter 90° , sodass diese senkrecht auf das phasenmodulierende Display trifft. Das Display arbeitet reflektiv, die phasenmodulierte Wellenfront verlässt das Display somit wieder in Richtung des Strahlteilers ST_2 . Der Wellenfront wurde im Display eine räumliche Phaseninformation aufmoduliert und sie kann somit als Objektwelle eines virtuellen, nicht real existierenden Objektes aufgefasst werden. Ein Teil der Objektwelle wird am Strahlteiler in Richtung des Spiegels S_2 zurück reflektiert und geht für den Belichtungsprozess verloren, was sich negativ auf die Belichtungszeit auswirkt, da diese verlängert werden muss. Die andere Hälfte wird vom Strahlteiler ST_2 transmittiert und einer optischen Filterung unterzogen, die mit Hilfe der zwei Linsen L_1 und L_2 sowie einer Blende erfolgt. Die optische Filterung stellt neben dem phasenmodulierenden Display den zentralen Teil des Aufbaus dar

¹Coherent: Sapphire Family Data Sheets. Santa Clara, United States, (URL: http://www.coherent.com/downloads/Sapphire_LP_Family_DSrevC_1211_1.pdf).

und wird in Abschnitt 4.3 genau beschrieben. Die räumlich gefilterte Objektwelle trifft

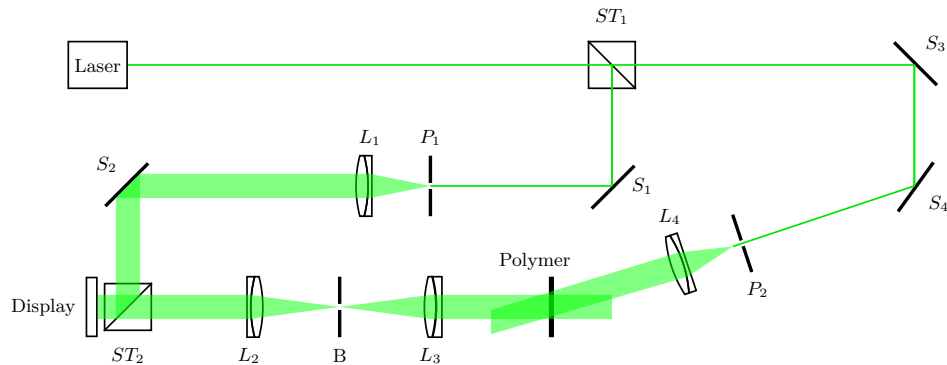


Abbildung 4.1: Aufbau des Belichtungssystems für reflektive Holografisch-Optische Elemente

anschließend auf das Fotopolymer, das sich hinter der Linse L_3 befindet. An dieser Stelle interferiert die Objektwelle mit der Referenzwelle. Bei der Referenzwelle handelt es sich um den aufgeweiteten Laserstrahl aus dem zweiten Arm des Strahlteilers ST_1 . Dafür wird der Laserstrahl über die zwei Spiegel S_3 und S_4 geführt und mit dem Pinhole P_2 und der Linse L_4 aufgeweitet. Über den Spiegel S_4 kann der Winkel eingestellt werden, unter dem Objekt- und Referenzwelle interferieren. Wie in Abschnitt 3.1 beschrieben, kann über die Polarisierung und den Winkel zwischen Objekt- und Referenzwelle die Beugungseffizienz gesteuert werden.

Belichtung von transmittiven Holografisch-Optischen Elementen

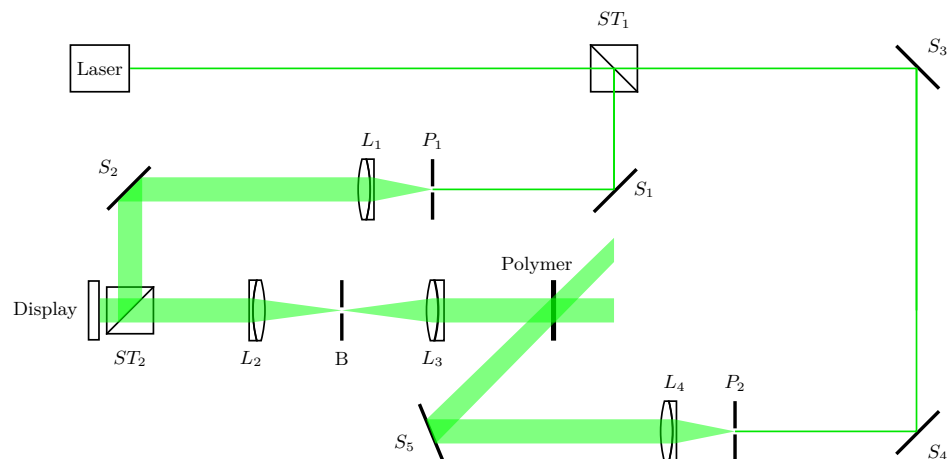


Abbildung 4.2: Aufbau des Belichtungssystems für transmittive Holografische Optische Elemente

Der Aufbau für die Belichtung transmittiver holografischer Elemente entspricht in weiten

Teilen dem Aufbau zur Belichtung von reflektiven Elementen. Der Aufbau des Arms, der die Objektwelle erzeugt, ist identisch mit dem zuvor beschriebenen Aufbau. Um Transmissionshologramme zu belichten, müssen, wie in Abschnitt 3.3 erläutert, Objekt- und Referenzwelle von der gleichen Seite auf das holografische Material treffen. Dafür wird ein weiterer Spiegel S_5 in den Aufbau integriert. Der Laserstrahl für die Referenzwelle wird nach dem variablen Strahlteiler ST_1 über die Spiegel S_3 und S_4 geführt und dort jeweils um 90° abgelenkt. Dann wird der Strahl aufgeweitet und die ebene Wellenfront mit dem Spiegel S_5 auf das Fotopolymer gelenkt. Das Interferenzmuster, das an dieser Stelle zwischen Objekt- und Referenzwelle entsteht, wird in das Fotopolymer geschrieben.



Abbildung 4.3: Das realisierte Belichtungssystem auf einer optischen Bank

4.2 Räumlicher Lichtmodulator

Das holografische Prinzip wurde bereits in Kapitel 3 erläutert. Demnach werden für die Aufnahme eines Hologramms ein Objektwellenfeld und ein Referenzwellenfeld zur Überlagerung gebracht. Das Objektwellenfeld entsteht aufgrund der Reflexion eines ebenen Wellenfeldes an einem Objekt. Mit dieser Technik können aber nur Objekte in ein Hologramm belichtet werden, die auch real existieren. Um Hologramme von dreidimensionalen Objekten zu belichten, die mit einem Computer berechnet wurden, muss ein räumlicher Lichtmodulator eingesetzt werden. Mit diesen Modulatoren, die direkt von einem Computer angesteuert werden, kann die räumliche Phasenverteilung von Lichtwellen manipuliert werden.

4.2.1 Aufbau und Funktionsweise

Im Aufbau wird der reflektiv arbeitende Lichtmodulator *PLUTO* der Firma *HoloEye* verwendet.² Abbildung 4.4 zeigt den Modulator, der aus der Ansteuerungseinheit und dem phasenmodulierenden Display besteht. Das Display des Modulators besteht aus ei-



Abbildung 4.4: Räumlicher Lichtmodulator *PLUTO*

nem Siliziumsubstrat, auf das Flüssigkristalle aufgebracht werden. Der Lichtmodulator wird deshalb als „LCoS-SLM“ (engl. Liquid Crystal on Silicon - Spatial Light Modulator) bezeichnet. Die Fläche des Displays ist in 1920×1080 quadratische Flüssigkristall-Zellen segmentiert, welche jeweils eine Kantenlänge von $8 \mu\text{m}$ aufweisen. Der Phasenhub kann für jede einzelne Zelle individuell in 256 diskreten Stufen eingestellt werden und bei kohärenter Beleuchtung mit 532 nm einen maximalen Hub von $2,3\pi$ erzeugen. Die Steuerungseinheit des Modulators verfügt über einen DVI-Eingang und kann mittels einer DVI-Grafikkarte des Computers angesprochen werden. Handelt es sich um eine Grafikkarte mit zwei DVI-Anschlüssen, so kann der Ausgang, der mit dem Modulator verbunden ist, vom zweiten Ausgang „geklont“ werden und mit einem weiteren Monitor verbunden werden. Die Bildinformationen, die an die Steuerungseinheit des Modulators gesendet werden, können so direkt auf diesem Bildschirm dargestellt werden. Die Steuerungselektronik nutzt jedoch nur einen der drei Farbkanäle. Die 256 diskreten Graustufen des verwendeten Kanals, bei dem es sich standardmäßig um den Grünkanal handelt, werden von der Steuerungselektronik in einen Phasenhub umgesetzt. Abbildung 4.5 zeigt einen schematischen Schnitt durch ein solches Display.³ Das Licht trifft von links, der z -Achse folgend, auf ein Deckglas, mit dem das Display vor mechanischen und chemischen Einflüssen geschützt wird. Hinter dem Glas befinden sich eine Elektrode und eine Ausrichtungsschicht (engl.: *alignment layer*). Es folgen die Flüssigkristallschicht, eine weitere

²Siehe: Holoeye: PLUTO Phase Only Spatial Light Modulators. Berlin, Deutschland, (URL: http://www.holoeye.com/download_daten/PLUTO_phase_only_spatial_light_modulator.pdf), Foto.

³Siehe: Felix Möllmann: Wellenfront-Korrektur im Mikroskop mit Hilfe phasenmodulierender Flüssigkristalldisplays, Bachelorarbeit. Fachhochschule Köln, Köln, Deutschland, 2010, Seite 22.

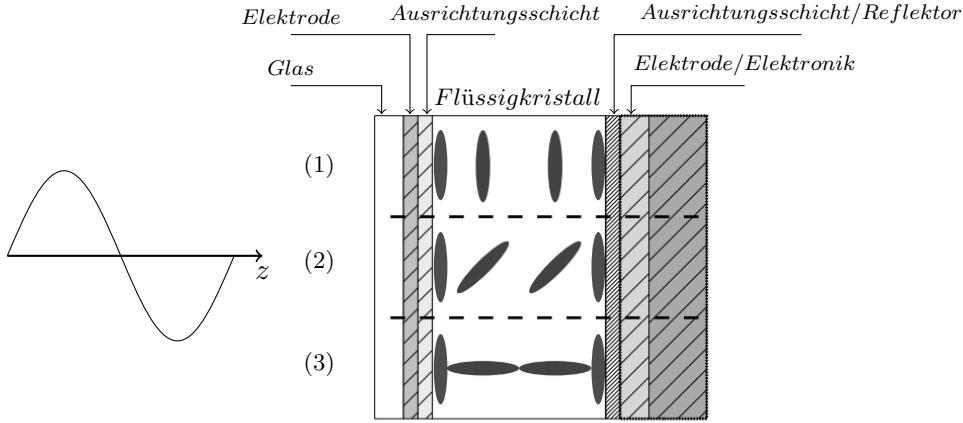


Abbildung 4.5: Der Schnitt durch das Display zeigt drei mögliche Schaltungszustände: keine Auslenkung, „off“-Zustand (1), teilweise Auslenkung (2), maximale Auslenkung, „on“-Zustand (3).

Ausrichtungsschicht und eine reflektierende Schicht, an der das Licht wieder zurückgeworfen wird. Die reflektive Schicht wird direkt auf das Siliziumsubstrat aufgebracht. In diesem Halbleiter werden mittels lithografischer Prozesse eine weitere Elektrode und die Ansteuerungselektronik realisiert. Der große Vorteil des reflektierenden Displays gegenüber einem transmittiven System besteht darin, dass die Steuerelektronik hinter dem Reflektor in den Halbleiter implementiert werden kann. Der Füllfaktor des verwendeten Systems beträgt 87%, die restliche Fläche wird unter anderem für die frontseitige Elektrode benötigt. Die Flüssigkristallschicht besteht aus vielen Molekülen, die sich an den parallel zueinander verlaufenden Ausrichtungsschichten orientieren. Die einzelnen Flüssigkristalle sind Moleküle, deren doppelbrechende Eigenschaften, wie in Abbildung 4.6a gezeigt, über einen Ellipsoiden beschrieben werden können. Zwischen der langen Achse, die als Direktor bezeichnet wird, und der kurzen Achse besteht eine Brechzahl-differenz. Der Brechungsindex n_{\parallel} entlang der Achse des Direktors ist größer als der Brechungsindex n_{\perp} entlang der Achse senkrecht zum Direktor. Über die Verkippung der Moleküle kann der Brechungsindex für eine Lichtwelle, die entlang der optischen Achse z läuft, variabel eingestellt werden. Die räumliche Phasenmodulation resultiert aus der variablen Steuerung der Lichtgeschwindigkeit. Die Lichtgeschwindigkeit für den Direktor und die dazu senkrechte Achse ergibt sich aus folgendem Zusammenhang, wobei c_0 die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum darstellt.

$$c_{\perp} = \frac{c_0}{n_{\perp}} \qquad c_{\parallel} = \frac{c_0}{n_{\parallel}} \qquad (4.1)$$

Die grundsätzliche Ausrichtung der Flüssigkristalle wird über die beiden Ausrichtungsschichten gesteuert, die gleichzeitig als Isolator zwischen den beiden Elektroden und der Flüssigkristallschicht wirken. Bei diesen Ausrichtungsschichten handelt es sich um ein Polymer, in das während des Herstellungsprozesses Furchen eingebracht wurden. Flüssig-

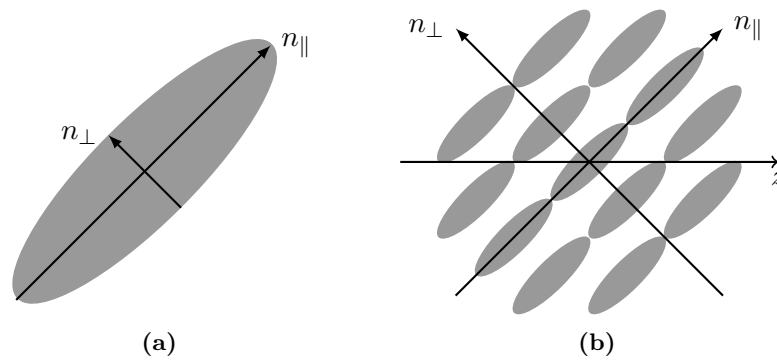


Abbildung 4.6: Flüssigkristall (a), Flüssigkristall im Verbund (b)

sigkristalle, die sich direkt in Kontakt mit der Ausrichtungsschicht befinden, ordnen sich entlang der Furchen an. Für den Fall, dass keine Spannung an den Elektroden anliegt, geben die Moleküle, die in den Furchen der Ausrichtungsschichten liegen, die Ausrichtung des gesamten Molekülsystems vor. Die Ausrichtung der äußeren Moleküle ändert sich, wie in Abbildung 4.5 sichtbar ist, auch bei angelegter Spannung nicht. Die Ausrichtungsschichten sind bei Displays, die zur reinen Phasenmodulation verwendet werden, so orientiert, dass sich die Flüssigkristalle längs der Zelle ausrichten, und der Direktor parallel zu den Elektroden verläuft.⁴ Diese Displays werden deshalb als *PAL-Displays* (engl.: *Parallel Alignment*) bezeichnet. Die Verkippung des Direktors wird für jede Zelle einzeln über das Anlegen von Spannung an die beiden Elektroden gesteuert. Diese erzeugt ein elektrisches Feld, dessen Feldlinien senkrecht zwischen den beiden Elektroden verlaufen. Aufgrund der elektrischen Polarisierung der Flüssigkristalle entlang des Direktors richtet sich dieser nach den elektrischen Feldlinien aus. Der elektrischen Feldstärke wirkt ein Drehmoment entgegen, das so wirkt, dass sich die Moleküle bei Verringerung der Feldstärke wieder in ihre ursprüngliche Ausrichtung zurückdrehen. Das Drehmoment wird durch die Wechselwirkung der Moleküle untereinander erzeugt.⁵ Die Phase des Lichts kann nur optimal moduliert werden, wenn es, wie in Abbildung 4.5 illustriert, linear polarisiert ist und parallel zum Direktor schwingt.⁶ Abbildung 4.5 zeigt drei mögliche Schaltungszustände des Displays, die jeweils zu einer unterschiedlichen Phasenverzögerung führen. Im ersten Fall 4.5 (1) befinden sich die Flüssigkristalle in ihrem Grundzustand und es findet keine Phasenmodulation statt. Der zweite Fall 4.5 (2) zeigt eine Phasenverzögerung, die sich aus einem Brechungsindex ergibt, der zwischen $n_{||}$ und n_{\perp} liegt. Abbildung 4.6b zeigt den gleichen Zusammenhang für einen Verbund aus mehreren Flüssigkristallen. Der dritte Fall 4.5 (3) zeigt ein maximal ausgelenktes Molekül, mit dem die maximale Phasenverzögerung erreicht wird. Die maximale Phasendifferenz einer Zelle zwischen ausgeschaltetem Zustand 4.5 (1) und eingeschaltetem

⁴Vgl: Johannes Frank: Hochauflösende phasenmodulierende Displays zur Erzeugung diffraktiver Strukturen, Masterarbeit. Fachhochschule Brandenburg, Brandenburg, Deutschland, 2006, Seite 8.

⁵Siehe: Möllmann, a. a. O., Seite 23.

⁶Vgl: Frank, a. a. O., Seite: 9.

Zustand 4.5 (3) kann mit folgender Gleichung berechnet werden:⁷

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} d |n_{\perp} - n_{\parallel}| \quad (4.2)$$

Aus dieser Gleichung wird ersichtlich, dass die Phasenverschiebung abhängig von der lateralen Ausdehnung d des Flüssigkristalls und der Wellenlänge λ ist. Um mit dem Display eine fest definierte Phasenverschiebung zu erzielen, muss aufgrund der Wellenlängenabhängigkeit unter anderem monochromatisches Licht verwendet werden.

4.2.2 Charakterisierung und Linearisierung

Um einen linearen Phasenhub des räumlichen Lichtmodulators im gewünschten Bereich zu gewährleisten, muss dieser charakterisiert werden. Abbildung 4.7 zeigt den Aufbau, mit dem diese Messung am Display vorgenommen wird. Für die Charakterisierung muss

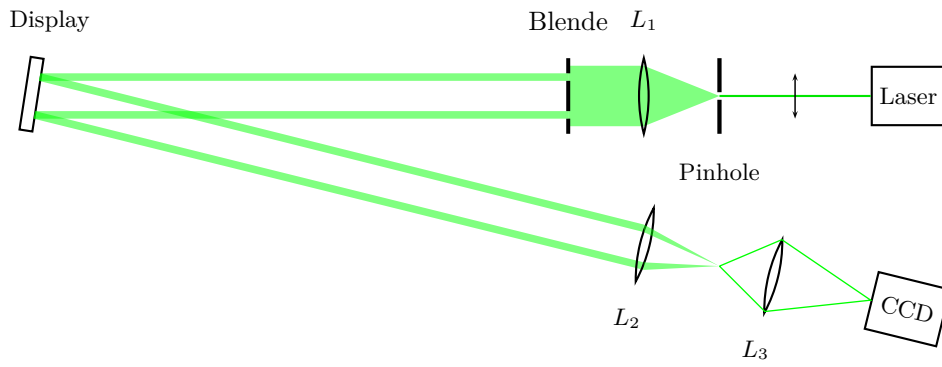


Abbildung 4.7: Aufbau für die Charakterisierung des räumlichen Lichtmodulators

aufgrund der Dispersion des Displays ein Laser verwendet werden, der die gleiche Wellenlänge emittiert wie der Laser, der später im Experiment eingesetzt wird. Es ist zu beachten, dass das Laserlicht vollständig linear polarisiert sein muss und senkrecht zum Direktor schwingt. Der Laserstrahl wird zu einer ebenen Welle aufgeweitet, welche auf eine dünne Metallplatte trifft, in der sich zwei Löcher im Abstand von circa 10 mm befinden. Diese wirkt als Blende und lässt nur zwei schmale Strahlenbündel in Richtung des Displays weiterlaufen. Das Display wird nun mit leichter Verkipfung zur optischen Achse so platziert, dass die beiden Strahlenbündel symmetrisch auftreffen. Es muss verkippt werden, damit die beiden Strahlenbündel in Richtung der Kamera reflektiert werden, die sich in der Abbildung unterhalb des Lasers befindet. Die Verkipfung darf aber nur minimal sein, da das Display für senkrechten Lichteinfall konzipiert ist. Die beiden ebenen Strahlenbündel werden von der Linse L_2 fokussiert. In der Brennebene überlagern sich die Brennpunkte der beiden Strahlbündel und es kommt zu Zweistrahlinterferenz. Mit der Wellenlänge des Lasers, der Brennweite der Linse L_2 und dem Abstand der beiden Lochblenden d_{loch} kann die Gitterkonstante des Gitters, das aufgrund der Interferenz

⁷Vgl: Hecht und Zajac, a. a. O., Seite.

entsteht, berechnet werden.

$$g = \frac{\lambda}{\sin(\alpha)} \approx \frac{\lambda}{\tan(\alpha)} = \frac{\lambda f'}{d_{\text{loch}}} \quad (4.3)$$

Die im Aufbau verwendete Linse L_2 besitzt eine Brennweite von 200 mm, die Gitterkonstante beträgt unter diesen Voraussetzungen:

$$\frac{532 \text{ nm} \cdot 200 \text{ mm}}{10 \text{ mm}} = 10,64 \mu\text{m}$$

Das Interferenzmuster muss aufgrund dieser kleinen Gitterkonstante mit einer zweiten Linse L_3 vergrößert werden, damit die Hell-Dunkel-Übergänge mit der Kamera (640×480 Pixel bei 11 μm Pixelgröße) detektiert werden können. Für die Vergrößerung hat sich ein Mikroskopobjektiv mit einem Abbildungsmaßstab 12,5 : 1 als sehr praktisch erwiesen. Für die Messung liefert die Firma *Holoeye* die Software *PhaseCam* mit. Sie steuert während der Messung das Display an und ist mit der Kamera verbunden. In der Software wird, wie in Abbildung 4.8 dargestellt, das Interferenzmuster als Livebild angezeigt. Um die Phasenmodulation zu messen, werden auf dem Display 256

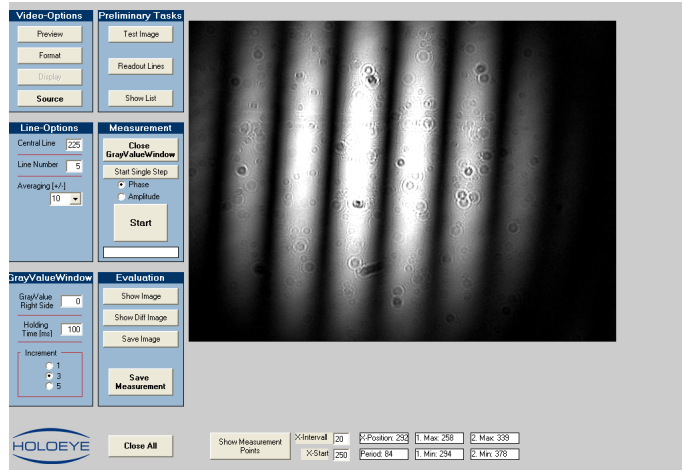


Abbildung 4.8: Screenshot der *PhaseCam*-Software

Bilder angezeigt, die in zwei gleich große Flächen aufgeteilt sind. Die beiden Strahlenbündel müssen für eine korrekte Messung jeweils eine der beiden Flächen treffen. Eine der beiden Flächen bleibt bei allen Bildern schwarz. Die andere Fläche zeigt nacheinander 256 Graustufen. Die 256 Bilder werden von der Software automatisch generiert. Unter dem Menüpunkt *Measurement* kann ein Fenster geöffnet werden, das auf den zweiten Monitor vergrößert wird, der den DVI-Ausgang des Modulators „klont“ und diese Bilder anzeigt. Durch die Adressierung der Graustufen wird das Strahlenbündel, das auf diese Displayhälfte trifft, gegenüber dem zweiten Strahlenbündel verzögert. Die axiale Phasenverzögerung äußert sich in einer lateralen Verschiebung des Interferenzmusters. Über diese Verschiebung des Interferenzmusters kann der Phasenhub mit der Kamera

erfasst werden. Vor der Messung muss unter dem Menüpunkt *Line-Options* eine Zeile

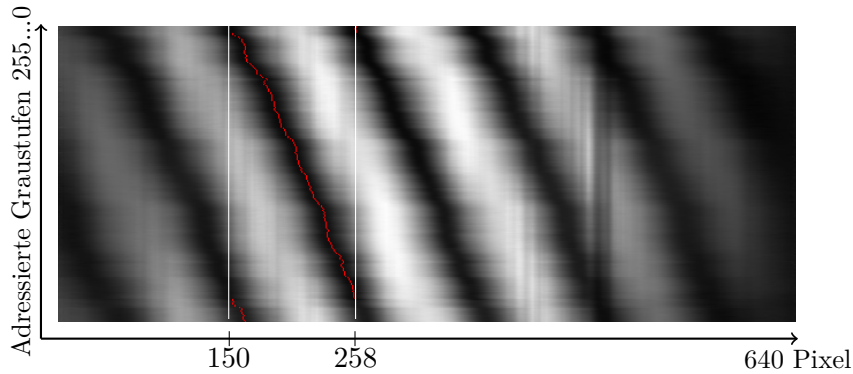


Abbildung 4.9: Die 256 Zeilenbilder der einzelnen Messungen (untereinander angeordnet)

des Kamerabildes festgelegt werden, die von der Software automatisch nach jeder Grauerhöhung gespeichert wird. Bei der Messung werden die Zeilenbilder untereinander in eine Bilddatei geschrieben. Diese wird in Abbildung 4.9 gezeigt und besitzt eine Größe von 640×256 Pixeln. Die Software sucht in einem vorgegebenen Intervall für jede Zeile den Punkt mit der niedrigsten Intensität. Diese Punkte werden im Bild rot markiert und gleichzeitig in einem Messprotokoll gespeichert. Grafik 4.10 zeigt den Graphen dieses Messprotokolls. Aufgrund der automatischen Ermittlung der Messwerte anhand

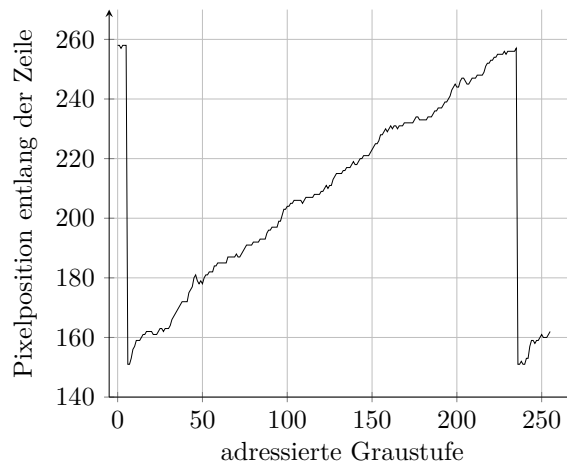


Abbildung 4.10: Graustufe gegen Phasenhub mit Sprungstellen

der Intensität kommt es zu Sprungstellen im Messprotokoll. Diese Sprünge erzeugen im Graphen vor der ersten Sprungstelle einen Offset beziehungsweise nach der zweiten Sprungstelle einen negativen Offset von jeweils 108 Pixeln. Zur Korrektur der Messwerte wird der Offset beziehungsweise negative Offset manuell entfernt. Die nun stetig steigenden Werte werden dann auf 2π normiert und es ergibt sich der in Abbildung 4.11

dargestellte Graph. Er zeigt den Phasenhub des Displays in Abhängigkeit von den Graustufen, mit denen das Display angesteuert wird. Aus ihm wird ein linearer Phasenhub von 0 bis $2,3\pi$ ersichtlich. Der Lichtmodulator verfügt intern über eine Look Up Table

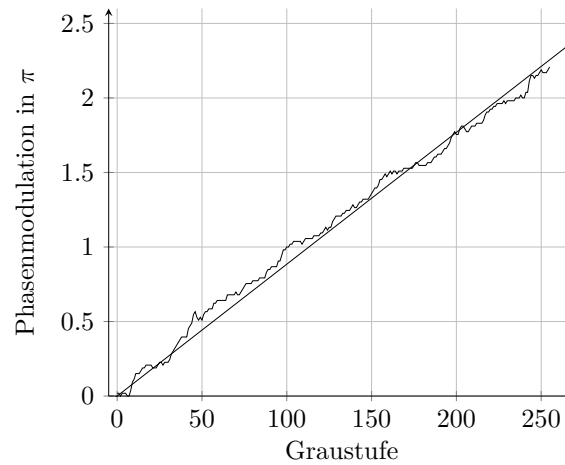


Abbildung 4.11: Graustufe gegen Phasenhub ohne Sprungstellen, auf $2,3\pi$ normiert und mit Regressionsgerade

(LUT), die auch als Gammakurve bezeichnet wird. Die Werte dieser LUT werden auf einem EPROM⁸ im Lichtmodulator hinterlegt. Die LUT stellt eine Steuerkurve für die Steuerungselektronik der Flüssigkristalle dar. Über diese Steuerkurve wird die Elektronik so eingestellt, dass der Phasenhub des Displays linear ist. Abbildung 4.12 zeigt den Phasenhub eines nicht linearisierten Displays. Für eine Linearisierung des Modulators

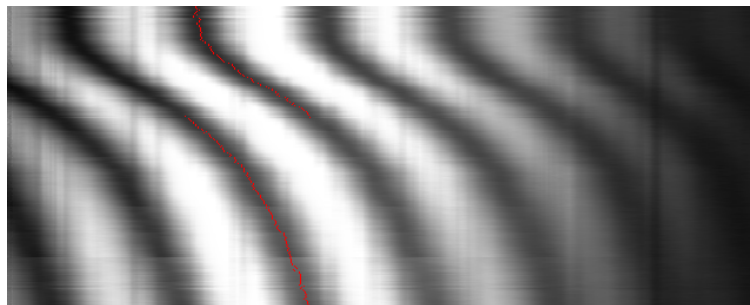


Abbildung 4.12: Phasenhub eines nicht linearisierten Displays

muss zuerst die alte LUT aus dem EPROM ausgelesen werden. Sie wird dann zusammen mit den nicht linearen Werten, die sich aus der Charakterisierung ergeben, in eine Excel-datei geladen, die zur *PhaseCam*-Software gehört. Diese Datei berechnet aus dem nicht linearen Phasenhub und der alten LUT eine neue LUT, die zu einem linearen Phasenhub führen sollte. Diese neue LUT wird dann in den EPROM geladen und das Display

⁸engl: *erasable programmable read-only memory*, ein lösch- und beschreibbarer Speicherbaustein

erneut charakterisiert. Ist der Phasenhub nach der Prozedur noch nicht linear, muss die Messung und Neuberechnung der LUT wiederholt werden.

4.2.3 Berechnung der Phasenverteilung

An dieser Stelle soll kurz auf den Algorithmus eingegangen werden, der für die Berechnung der auf das Display adressierten Phasenverteilung genutzt wird. Mit dem Display kann, wie in Abschnitt 4.2.1 beschrieben, die Phase der einfallenden Feldstärkeverteilung manipuliert werden. Die Amplitude hingegen wird vom Display nicht beeinflusst und bleibt konstant. Die Propagation dieser Feldstärkeverteilung in das Fernfeld des Displays entspricht, wie in Abschnitt 2.4 erläutert, einer Fourier-Transformation.

$$E(u, v) \approx \mathcal{F}[E(x, y)] \quad (4.4)$$

Aus diesem Zusammenhang müsste sich theoretisch ergeben, dass die Feldstärkeverteilung, die auf dem Display benötigt wird, um eine gewünschte Feldstärkeverteilung im Fernfeld zu erzeugen, mithilfe der Fourier-Transformation berechnet werden kann.

$$E(x, y) \approx \mathcal{F}^{-1}[E(u, v)] \quad (4.5)$$

Da aber bei dieser inversen Fourier-Transformation nicht nur die Phasenverteilung, sondern auch die Amplitudenverteilung beeinflusst wird, kann dieser direkte Ansatz nicht gewählt werden. Der Grund dafür ergibt sich aus der Funktion des verwendeten Displays, das nur die Phase, nicht aber die Amplitude modulieren kann. Die Feldstärkeverteilung, die sich aus der inversen Fourier-Transformation ergibt, kann deshalb mit dem Display nicht erzeugt werden. Wenn das Display in der Lage wäre, die Feldstärkeverteilung, also Amplitude und Phase zu beeinflussen, könnte dieser Ansatz gewählt werden. Der Algorithmus, der stattdessen für die Berechnung der Feldstärkeverteilung eingesetzt wird, enthält zwei Bedingungen. Er muss aus dem vorgegebenen Bild im Fernfeld eine Feldstärkeverteilung für das Display berechnen, deren Amplitude konstant ist und die eine Phasenverteilung besitzt, die das gewünschte Bild im Fernfeld ergibt.

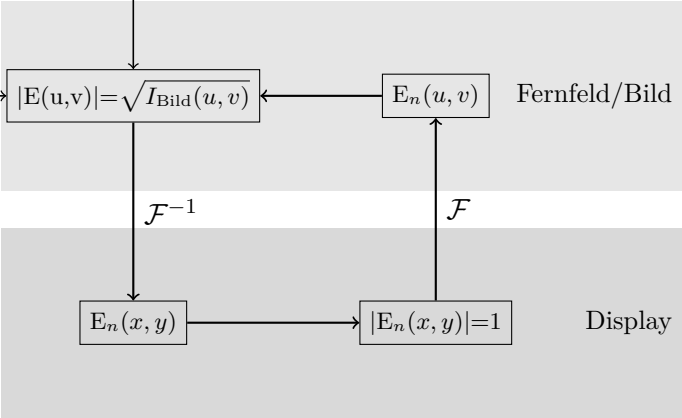
Feldstärke im Fernfeld: $E(u, v) = |E(u, v)| \exp[i\Psi(u, v)]$ mit $|E(u, v)| = I_{\text{Bild}}(u, v)$

Feldstärke am Display: $E(x, y) = |E(x, y)| \exp[i\Phi(x, y)]$ mit $|E(x, y)| = \text{konstant}$

Ein solcher Algorithmus ist der Iterative Fourier-Transformations-Algorithmus (IFTA). Der erste Algorithmus dieser Art wurde 1972 von Gerchberg und Saxton publiziert.^{9,10} Er wird schematisch anhand der Abbildung 4.13 erläutert. Die Berechnung startet mit einem komplexen Feld, dessen Amplitude aus dem gewünschten Bild im Fernfeld $I_{\text{Bild}}(u, v)$ besteht, während die Phasenverteilung aus zufälligen Werten besteht. Von diesem Feld wird dann eine inverse Fourier-Transformation berechnet. Nun wird die Amplitude der

⁹R. W. Gerchberg und W. O. Saxton: A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures. *Optik*, Volume 35 April 1972 Nr. 2.

¹⁰Tobias Haist: 3D-Linienraaster für die optische Formaufzeichnung, Diplomarbeit. Institut für Technische Optik der Universität Stuttgart, Deutschland, 1996.



damit berechneten Feldstärkeverteilung $|E_0(x, y)|$ auf einen konstanten Wert gesetzt. Diese wird dann mit einer weiteren Fourier-Transformation in das Fernfeld zurückgerechnet. Zum Ende des ersten Iterationsschritts wird nun wieder die Intensitätsverteilung $I_{\text{Bild}}(u, v)$ in die Amplitude des Feldes $E_1(u, v)$ geschrieben und der nächste Iterationsschritt kann beginnen. Mathematisch kann dieser Algorithmus auch folgendermaßen beschrieben werden:

$$\begin{aligned} E_n(x, y) &= \mathcal{F}^{-1}[\sqrt{I_{\text{Bild}}(u, v)} \exp[i\Psi_n(u, v)]] & \Psi_0 &= \text{random} \\ E_{n+1}(u, v) &= \mathcal{F}[\exp[i\Phi_n(x, y)]] & \text{mit} & |E_n(x, y)| = 1 \end{aligned} \quad (4.6)$$

Mithilfe dieses Algorithmus können nach mehreren Iterationsschritten die zuvor festgelegten Bedingungen mit einem geringen Fehler eingehalten werden. Wurde der Algo-

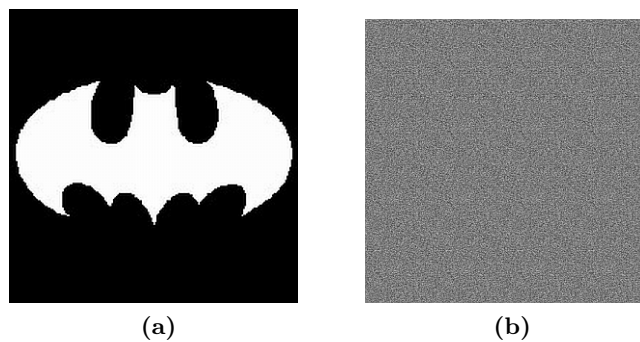


Abbildung 4.14: Bild (a) zeigt das vorgegebene Intensitätsbild und Bild (b) die mit dem IFTA berechnete Phasenverteilung.

rithmus beendet, kann die Phasenverteilung $\Phi_n(x, y)$ auf das Display adressiert werden und im Fernfeld ergibt sich näherungsweise die gewünschte Intensitätsverteilung. Abbildung 4.14a zeigt ein Intensitätsbild $I_{\text{Bild}}(u, v)$, dessen Phasenverteilung, die in Abbildung 4.14b gezeigt wird, mittels IFTA berechnet wurde. Um den visuellen Schärfeeindruck zu erhöhen, wird nicht nur die einzelne Phasenverteilung, sondern ein periodisches Muster von 4×4 Phasenbildern auf das Display adressiert. Diese Periodizität erzeugt im Fernfeld eine diskrete Intensitätsverteilung, die als Raster wahrgenommen wird.

4.2.4 Eigenschaften des phasenmodulierten Wellenfeldes

Für die Belichtung von holografischen Elementen wird die zuvor mittels IFTA berechnete Phasenverteilung auf das Display adressiert. Das verwendete Display besitzt eine Pixelstruktur, mit der die adressierte Phasenverteilung abgetastet wird. Die Auswirkung dieser Abtastung auf das Intensitätsbild, welches im Fernfeld des Displays entsteht, soll im Folgenden beschrieben werden. Das Pixelraster kann, unter Vernachlässigung der endlichen Pixelbreite, mathematisch als zweidimensionale Dirac-Kamm-Funktion beschrieben werden.

$$\text{Pixelstruktur: } \text{comb}_{2D}(x, y)$$

Die Fourier-Transformierte der Kamm-Funktion ist wieder eine Kamm-Funktion. Der Querstrich soll hervorheben, dass es sich um die Kamm-Funktion in der Frequenzebene handelt.

$$\mathcal{F}[\text{comb}_{2D}(x, y)] = \overline{\text{comb}}_{2D}(u, v) \quad (4.7)$$

Die Feldstärkeverteilung, die das Display moduliert, besteht aus der konstanten Amplitude und der auf dem Display adressierten Phasenverteilung. Das Betragsquadrat der Fourier-Transformierten dieser Feldstärkeverteilung entspricht näherungsweise dem gewünschten Intensitätsbild

$$I_{\text{Bild}}(u, v) = |E(u, v)|^2 \approx |\mathcal{F}[E(x, y)]|^2 \quad (4.8)$$

Mathematisch entspricht die Abtastung der Feldstärkeverteilung mit der Kamm-Funktion einer Multiplikation mit dieser.

$$\begin{aligned} I(u, v) &= |\mathcal{F}[\text{comb}_{2D}(x, y)E(x, y)]|^2 \\ &\approx \left| \overline{\text{comb}}_{2D}(u, v) \otimes E(u, v) \right|^2 \end{aligned} \quad (4.9)$$

Abbildung 4.15c zeigt die Intensitätsverteilung, die sich im Fernfeld aufgrund der Abtastung ergibt. Der Dirac-Kamm kann sehr deutlich in Form der sich periodisch wiederholenden Punkte wahrgenommen werden. An jedem dieser Punkte wiederholt sich die Intensitätsverteilung I_{Bild} , die sich aus der Fourier-Transformierten der unabgetasteten Feldstärkeverteilung ergeben würde. Die Periodizität der Intensitätsverteilung stellt ein Problem für die Belichtung von holografischen Elementen dar, die zum Beispiel nur einzelne Bilder rekonstruieren sollen. Um die vielfach verschobenen Kopien der gewünschten Intensitätsverteilung zu unterdrücken, muss deshalb in den Aufbau eine optische Filte-

rung integriert werden.

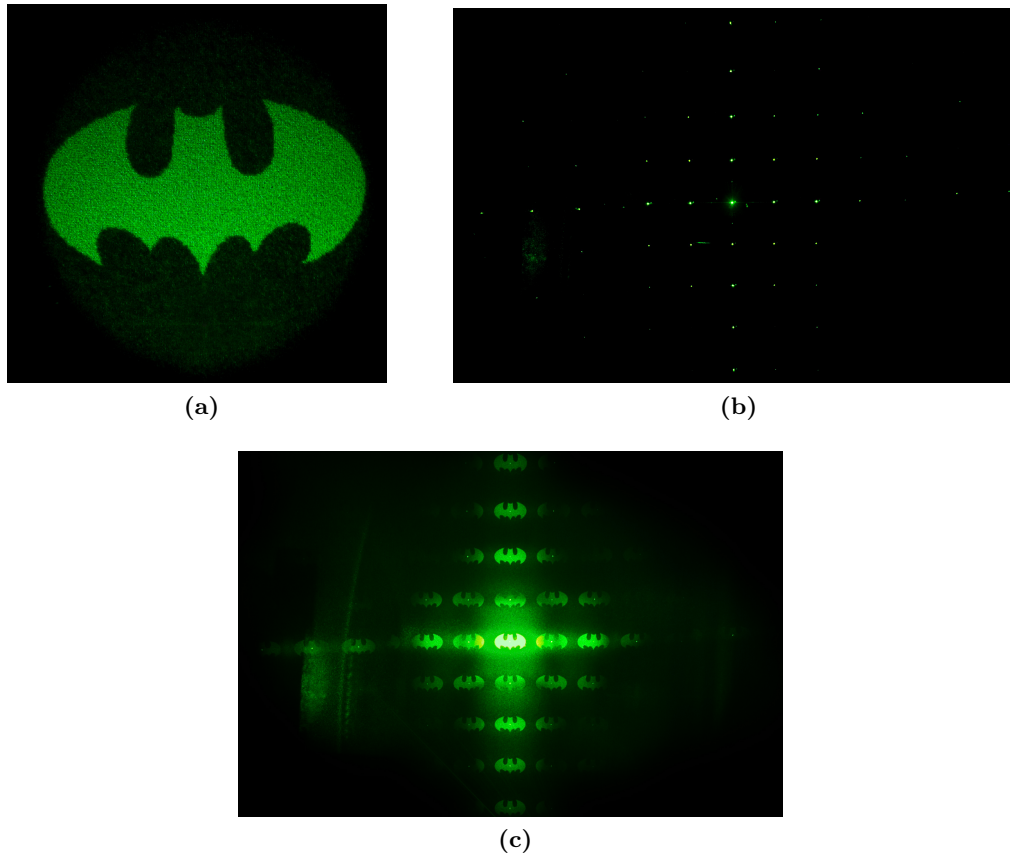


Abbildung 4.15: Bild (a) zeigt das Intensitätsbild, das im Fernfeld des Displays entstehen sollte, Bild (b) zeigt die Dirac-Kamm-Funktion, die aufgrund der Pixelstruktur des Displays entsteht, und Bild (c) zeigt die Faltung des idealen Intensitätsbildes mit der periodischen Dirac-Kamm-Funktion.

4.3 Optische Filterung

Die optische Filterung, die in diesem Aufbau eingesetzt wird, ermöglicht es, die im vorangegangenen Abschnitt erläuterten periodischen Wiederholungen des Intensitätsbildes zu unterdrücken.

4.3.1 Prinzip der optischen Filterung

Die optische Filterung basiert auf der optischen Fourier-Transformation, die in Abschnitt 2.4 erläutert wurde. Sie kann mit einer Sammellinse realisiert werden und zeigt in der

Brennebene, die auch als Fourier-Ebene bezeichnet wird, das Spektrum der Feldstärkeverteilung im Objektraum. Wie Abbildung 2.14 auf Seite 20 zeigt, entspricht bei einer On-Axis-Belichtung der Schnittpunkt, den die optische Achse und die Fourier-Ebene bilden, dem Gleichanteil. Je größer der Abstand in der Fourier-Ebene zum Gleichanteil ist, desto größer werden auch die jeweiligen Ortsfrequenzen. Befindet sich im Objektraum eine periodische Struktur, so entstehen aufgrund dieser in der Fourier-Ebene Brennpunkte. Sie repräsentieren die im Objekt beinhalteten Ortsfrequenzen. Mit einer zweiten Linse kann nun eine weitere Transformation aus dem Frequenzraum zurück in den Objektraum vorgenommen werden. Dazu wird eine weitere Sammellinse verwendet, die so in den Aufbau integriert wird, dass die bildseitige Brennebene der ersten Linse und die objektseitige Brennebene der zweiten Linse aufeinander liegen. Aus den Ortsfrequenzen wird mit der zweiten Linse ein Bild der periodischen Struktur in ihrer bildseitigen Brennebene erzeugt. Abbildung 4.16 zeigt diesen Aufbau. In der objektseitigen Brennebene F_1 befindet sich das Display, dessen Pixelstruktur angedeutet ist. Mit der ersten Linse wird es in die Fourier-Ebene transformiert, wo es entsprechend den in der periodischen Struktur enthaltenen Frequenzen Brennpunkte erzeugt. Da die Pixelstruktur ein diskretes Signal darstellt, muss es laut der Fourier-Transformation ein Spektrum erzeugen, das sich periodisch wiederholt. In Abbildung 4.15a wird dieser Zusammenhang sehr gut sichtbar. In Abbildung 4.16 werden jedoch der guten Sichtbarkeit halber nur die 0. sowie die $+1.$ und $-1.$ Beugungsordnung gezeigt, die sich direkt um die optische Achse herum in der bildseitigen Brennebene F'_1 befinden. Mit einer zweiten Linse wird das

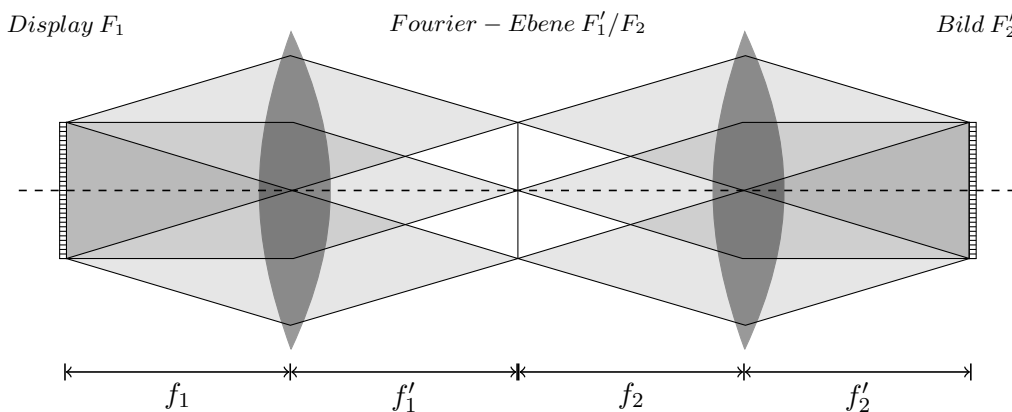


Abbildung 4.16: Transformation von periodischen Strukturen in die Fourier-Ebene und zurück in den Objektraum

Spektrum wieder in den Objektraum transformiert und im Abstand f'_2 entsteht das Bild der periodischen Pixelstruktur. Ein solcher Aufbau wird als 4f-Aufbau bezeichnet und in dieser Form für die optische Filterung eingesetzt.¹¹ Die optische Filterung wird direkt in der Fourier-Ebene vorgenommen, indem einzelne Frequenzanteile mit einer physischen Blende unterdrückt werden. Um die hohen Frequenzen zu unterdrücken, die das Pixelras-

¹¹Vgl: Lauterborn und Kurz, a. a. O., Seite 168.

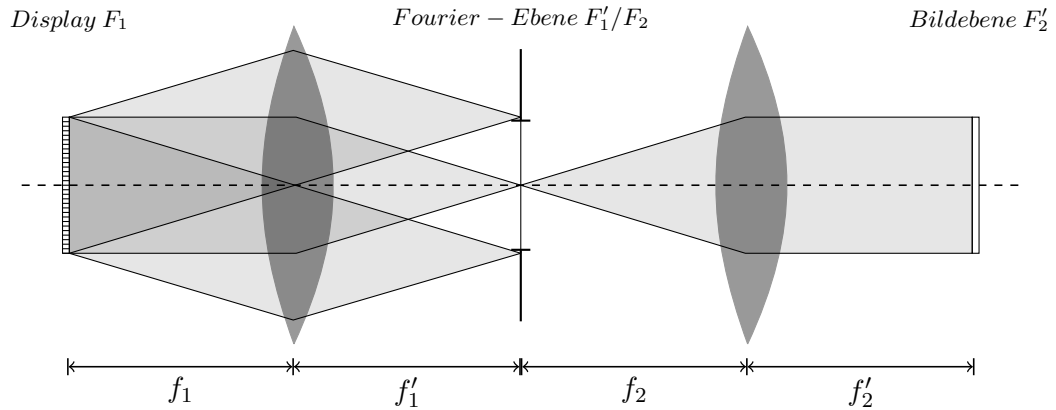


Abbildung 4.17: Optische Filterung der periodischen Struktur mit einer physischen Blende in der Fourier-Ebene

ter erzeugt, wird eine Tiefpassfilterung durchgeführt. Dafür wird, wie in Abbildung 4.17 sichtbar, eine Blende in der Fourier-Ebene platziert, welche die höheren Frequenzanteile abblendet. Somit können die hohen Frequenzen des Pixelrasters nicht übertragen werden und das Pixelraster ist in der Bildebene nicht mehr vorhanden. Abbildung 4.18 zeigt den gleichen 4f-Aufbau wie die Abbildung zuvor. Auf das Display wird nun eine periodische Struktur adressiert, die eine größere Gitterkonstante als das Pixelraster aufweist. Im Spektrum dieser Struktur treten deshalb geringere Ortsfrequenzen als die des Pixelrasters auf. Diese Ortsfrequenzen werden von der Blende nicht abgeblendet und können so von der zweiten Linse übertragen werden. Die auf das Display adressierte Struktur wird deshalb wieder in der Bildebene erzeugt. Mit der optischen Filterung ist es möglich, gezielt Frequenzanteile zu unterdrücken und nur gewünschte Frequenzanteile in das holografische Element zu belichten. Für die Belichtung wird das holografische Element in der bildseitigen Brennebene F_2' der zweiten Linse platziert. Abbildung 4.19 illustriert

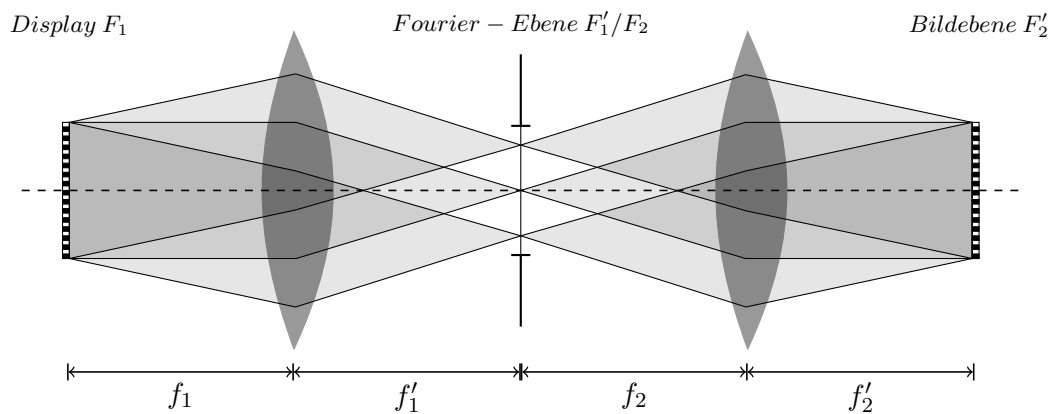


Abbildung 4.18: Übertragung niederfrequenter Signale vom System

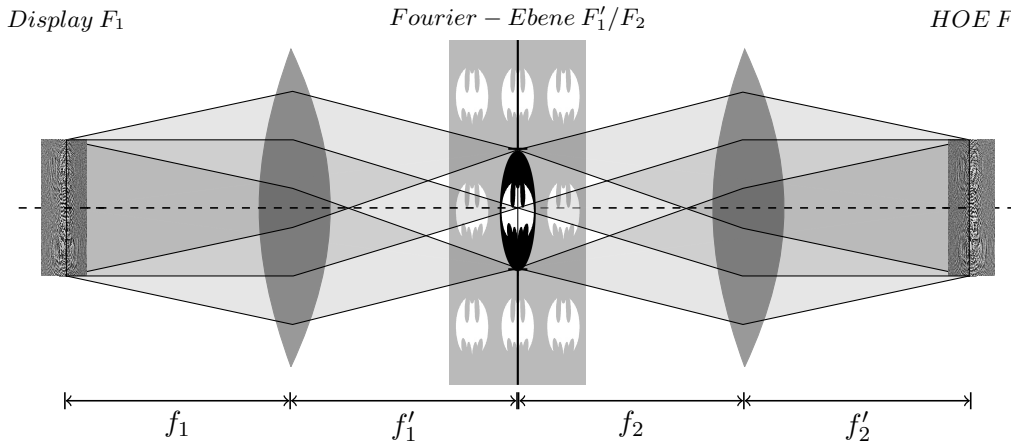


Abbildung 4.19: Optische Filterung des Intensitätsbildes

die optische Filterung bei der Belichtung eines holografischen Elements. Die Phasenverteilung der zuvor mittels IFTA berechneten Feldstärkeverteilung wird auf das Display adressiert und in der Fourier-Ebene wird das gewünschte Intensitätsbild als Powerspektrum sichtbar. Das Intensitätsbild ist, wie zuvor erläutert, in der Fourier-Ebene mit der Dirac-Kamm-Funktion gefaltet. Die Blende wird zur Filterung um das Intensitätsbild positioniert, welches anschließend mit der zweiten Linse transformiert und in die Objektebene übertragen wird. Während der Belichtung interferiert die gefilterte Objektwelle mit der Referenzwelle und das holografische Element wird geschrieben. Bei den bisherigen Betrachtungen wurde die 0. Beugungsordnung vernachlässigt, die das Pixelraster des Displays im Zentrum des Frequenzraumes auf der optischen Achse erzeugt. Abbildung

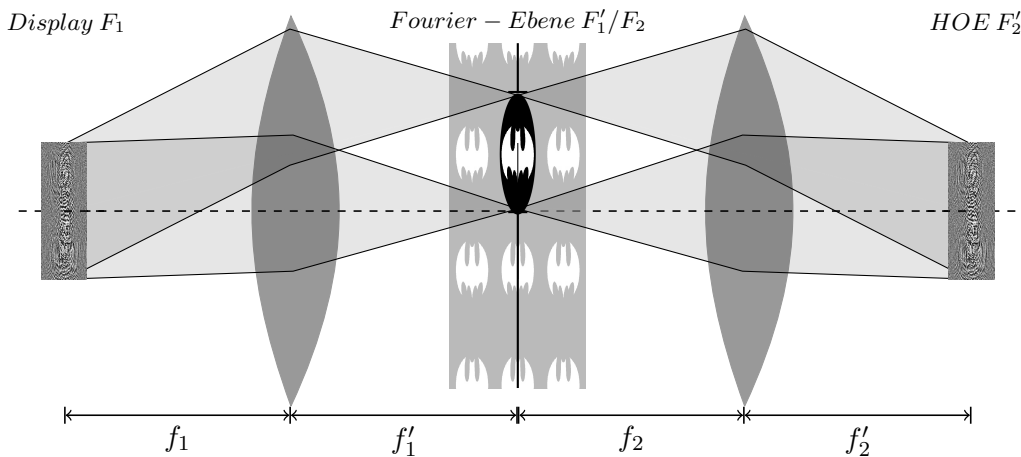


Abbildung 4.20: Optische Filterung des verschobenen Intensitätsbildes

4.21a zeigt ein Intensitätsbild mit der 0. Beugungsordnung im Zentrum. Durch die Addition einer Phasenrampe auf die Phasenverteilung des Displays kann das Intensitätsbild

in der Fourier-Ebene verschoben werden. Durch eine geeignete Verschiebung kann, wie Abbildung 4.21b zeigt, das Intensitätsbild in den Bereich zwischen der 0. und 1. Beugungsordnung geschoben werden. Wird die Blende asymmetrisch zur optischen Achse um das Intensitätsbild gesetzt, kann auch der Gleichanteil gefiltert und entfernt werden. Abbildung 4.20 zeigt die optische Filterung des verschobenen Intensitätsbilds.

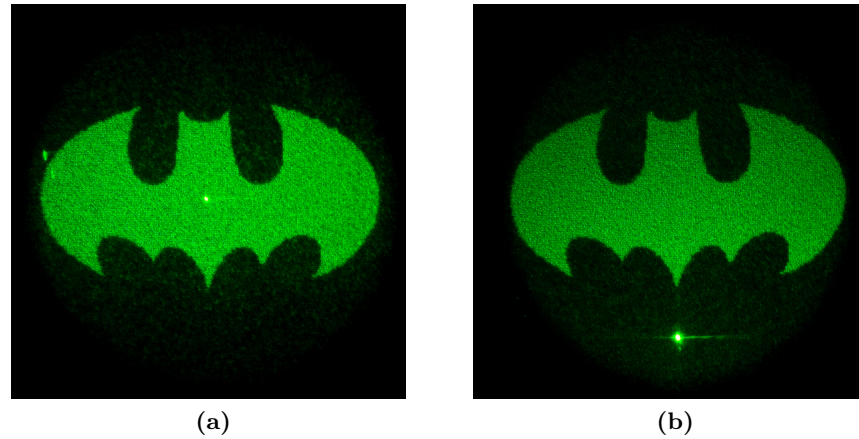


Abbildung 4.21: Bild (a) zeigt das Intensitätsbild auf der optischen Achse mit der 0. Beugungsordnung. Bild (b) zeigt das verschobene Intensitätsbild über der 0. Beugungsordnung.

4.3.2 Justage des 4f-Aufbaus

Einen wesentlichen Bestandteil dieser Arbeit stellt die optische Filterung in der Form des 4f-Aufbaus dar. Für den Aufbau werden Achromaten verwendet. Der Abbildungsmaßstab, mit dem das Display in das holografische Material abgebildet wird, ist von Verhältnis der Brennweiten der beiden Linsen abhängig.

$$|\beta'| = \frac{f'_2}{f'_1} \quad (4.10)$$

Über den Abbildungsmaßstab kann die Größe des rekonstruierten Intensitätsbildes gesteuert werden. Bei verkleinerter Abbildung des Displays ergeben sich kleinere Gitterkonstanten im holografischen Element, was zu größeren Beugungswinkeln bei der Rekonstruktion führt. Aufgrund der größeren Beugungswinkel wird auch das rekonstruierte Intensitätsbild größer.

Für die Justage werden ein Autokollimationsfernrohr und ein Mikroskop verwendet. Da das Autokollimationsfernrohr nur in seiner Funktion als Fernrohr verwendet wird, wird es im Folgenden als Fernrohr bezeichnet. Für die Justage des ersten Achromaten und der Belichtungsebene wird das Display mit linear polarisiertem Licht beleuchtet,

das um 45° zum Direktor geneigt ist. Mit dieser Beschaltung ist es möglich, das Display im Amplitudenmodus zu betreiben und die adressierten Graustufen als Intensitätsbild sichtbar zu machen. Im Folgenden werden die einzelnen Arbeitsschritte, die zur Justage nötig sind, erläutert.



Abbildung 4.22: Bild (a) zeigt das verwendete Autokollimationsfernrohr, Bild (b) das verwendete Mikroskop.

Erster Achromat

Für die Justage des ersten Achromaten muss das Display im Amplitudenmodus betrieben und ein Bild adressiert werden, das einen hohen Kontrast aufweist. Abbildung 4.23 zeigt den Aufbau mit dem Fernrohr, das sich hinter dem Achromaten L_1 befindet. Der Achromat besteht aus einer Sammellinse und einer Zerstreuungslinse, die ein Kittglied bilden. Dieses Glied ist auf eine Punkt-zu-Unendlich-Abbildung optimiert. Das bedeutet, dass der Bildpunkt eines Objekts, welches sich in der objektseitigen Brennweite befindet, optimal nach unendlich abgebildet wird. Aufgrund dieses Zusammenhangs bestimmt die Orientierung des Achromaten im Strahlengang zu einem großen Teil die Abbildungsleistung des 4f-Aufbaus. Um eine optimale Abbildungsleistung zu erreichen, muss die Zerstreuungslinse des Achromaten zum Objekt zeigen. Der rot gefärbte Strahlengang stellt den Abbildungsstrahlengang dar, der später die direkte Abbildungsbeziehung zwischen Display und holografischem Material beschreibt. Diese Abbildungsbeziehung muss eingehalten werden, damit die Feldstärkeverteilung, die in der Display-Ebene vorhanden ist, auch exakt in die Ebene des holografischen Materials übertragen wird. Wird die Abbildungsbeziehung nicht genau genug eingehalten, kann bei der späteren Rekonstruktion die Objektwelle nicht korrekt reproduziert werden. Um das Display optimal nach unendlich abbilden zu können, wird der Achromat so orientiert, dass die Zerstreuungslinse des Achromaten zum Display zeigt. Mit dem Fernrohr wird anschließend das bildseitige Strahlenbündel aufgefangen, so dass im Okular des Fernrohrs immer die objektseitige

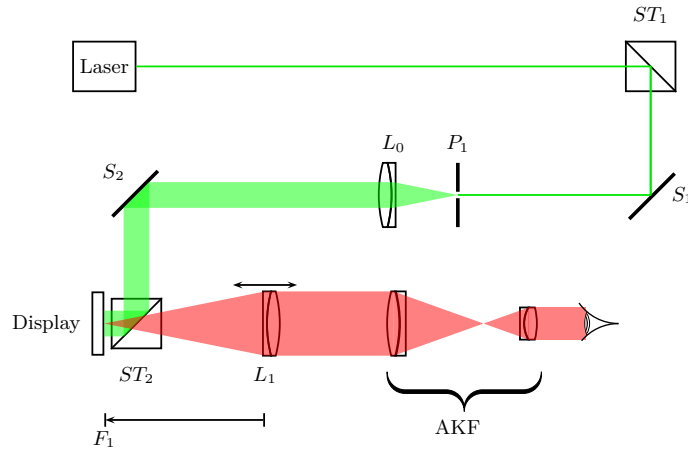


Abbildung 4.23: Justage des ersten Achromaten im 4f-Aufbau

Brennebene des Achromaten betrachtet wird. Anschließend wird der Achromat L_1 so weit verschoben, bis sich das Display in seiner objektseitigen Brennebene befindet. Ist dies der Fall, wird das Display nach unendlich abgebildet und das kollimierte bildseitige Strahlenbündel vom Fernrohr aufgefangen. Auf der Netzhaut des unakkommodierten Auges entsteht in diesem Fall ein scharfes Bild des auf dem Display adressierten Amplitudenbildes.

Zweiter Achromat und Blende

Wurde der erste Achromat justiert, kann der zweite Achromat in den Aufbau integriert werden. Für dessen Justage wird das linear polarisierte Licht, welches zuvor um 45° zum Direktor der Flüssigkristalle geneigt wurde, wieder parallel zu diesem ausgerichtet und das Display wird als Phasenmodulator verwendet. Bei dem grün dargestellten Strahlengang in Abbildung 4.24 handelt es sich um den Beleuchtungsstrahlengang, der bereits in Abschnitt 4.1 beschrieben wurde. Das Display wird vom ersten Achromaten des 4f-Aufbaus nach unendlich abgebildet und die bildseitige Brennebene fungiert als Fourier-Ebene. Wird eine zuvor berechnete Phasenverteilung auf das Display adressiert, entsteht in der Fourier-Ebene das dazugehörige Intensitätsbild. Zur weiteren Justage wird der zweite Achromat L_2 hinter dem ersten Achromaten L_1 in den Aufbau integriert. Dabei muss gewährleistet werden, dass die Lage der objektseitigen Brennebene F_2 des zweiten Achromaten mit der Lage der bildseitigen Brennebene F'_1 des ersten Achromaten übereinstimmt. Das kann wiederum mit dem Fernrohr überprüft werden. Dazu wird dieses hinter den zweiten Achromaten in den Strahlengang gestellt. Auf der Netzhaut des Auges wird die objektseitige Brennebene des zweiten Achromaten scharf abgebildet und der Achromat muss nun so verschoben werden, dass das Intensitätsbild in der Fourier-Ebene sichtbar wird. Sobald das Bild sichtbar ist, wird die zuvor formulierte Bedingung erfüllt. Die Feldstärkeverteilung in der Fourier-Ebene wird nach der korrekten Justage des zweiten Achromaten von diesem wieder in den Objektraum trans-

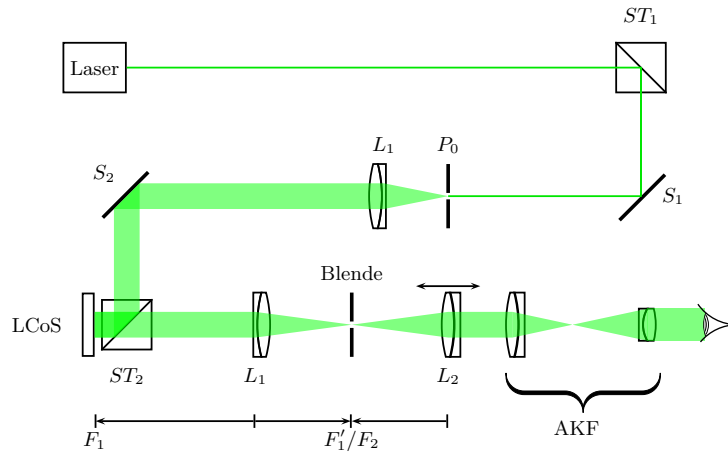


Abbildung 4.24: Justage des zweiten Achromaten im 4f-Aufbau

formiert. In diesem Schritt wird auch die Lage der physischen Blende, die zur Filterung verwendet wird, angepasst. Die Blende muss sich in der Fourier-Ebene befinden und ihre Lage kann ebenfalls mit dem Fernrohr überprüft werden. Sie ist richtig justiert, wenn sie zusammen mit dem Intensitätsbild vom unakkommodierten Auge scharf auf der Netzhaut abgebildet wird.

Belichtungsebene

Der letzte Schritt der Justage besteht darin, sicherzustellen, dass das holografische Material am Ort des Bildes liegt, welches der 4f-Aufbau vom Display erzeugt. Dazu wird das Display wieder in den Amplitudenmodus versetzt und ein Bild mit feinen Strukturen und hohem Kontrast adressiert. Nun muss der Bildraum des zweiten Achromaten mit

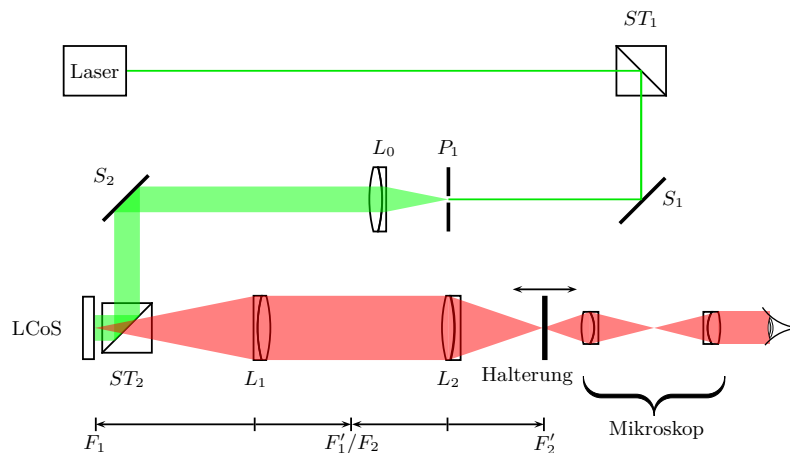


Abbildung 4.25: Justage der Fotopolymer-Halterung im 4f-Aufbau

dem Mikroskop durchfahren werden, um den Ort des Bildes zu finden. Dieser Ort ist

gefunden, wenn das auf dem Display adressierte Bild vom unakkommodierten Auge scharf auf der Netzhaut abgebildet wird. Für die korrekte Belichtung des holografischen Materials muss nun gewährleistet werden, dass sich das Material ebenfalls in der Objektebene des Mikroskops befindet. In diesem Fall, den Abbildung 4.25 zeigt, wird das Display in das holografische Material abgebildet. Um das Fotopolymer im Mikroskop sichtbar zu machen, wird mit einem Skalpell die lichtempfindliche Schicht angeritzt. Diese Störungen werden im Mikroskop als feine Linien sichtbar, die sehr gut durch Verschiebung des Fotopolymers fokussiert werden können. Abbildung 4.26 zeigt ein Foto des 4f-Aufbaus mit eingezeichnetem Abbildungs- und Beleuchtungsstrahlengang.

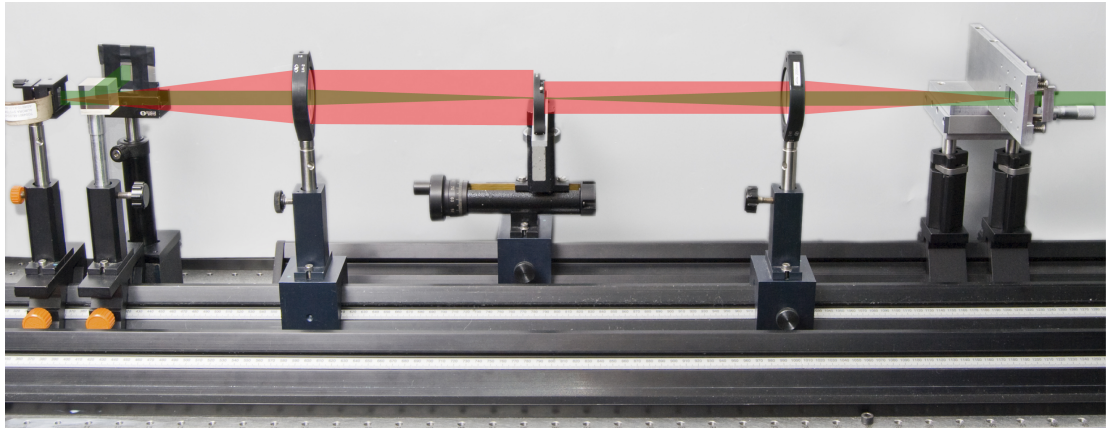


Abbildung 4.26: Bild des 4f-Aufbaus mit Abbildungsstrahlengang (rot) und Beleuchtungsstrahlengang (grün)

Halterung für Holografisch-Optische Elemente

Um das selbsthaftende Fotopolymer zu belichten, wird es, wie bereits in Abschnitt 3.5 erwähnt, auf einen Objektträger aufgeklebt. Während der Belichtung, die bis zu 8 Sekunden dauern kann, darf sich das holografische Element nicht bewegen. Bewegt es sich während der Belichtung, wird das Interferenzmuster gestört und das Hologramm kann nicht korrekt rekonstruiert werden. Einen weiteren wichtigen Punkt stellt die gleichmäßige Fixierung des holografischen Elements dar. Wird das Element bei der Belichtung ungleichmäßig eingespannt, so kommt es zu Verspannungen, die sich negativ auf die Rekonstruktionseigenschaften des holografischen Elements auswirken. Wird nämlich bei der Rekonstruktion eine andere Halterung genutzt, bei der auf das Material eine andere Kräfteverteilung wirkt als bei der Aufnahme, kann das holografische Element nicht mehr korrekt rekonstruiert werden. Teil der Arbeit war es, eine Halterung zu konstruieren, die diese Voraussetzungen erfüllt. Für die Konstruktion wurde das CAD-Programm *Inventor* verwendet. Abbildung 4.27 zeigt die Halterung als Explosionszeichnung im CAD-Programm. Die Halterung ist auf einen Tisch montiert, der mit einer Mikrometerschraube bewegt werden kann. So kann das holografische Element, wie im vorherigen Abschnitt beschrieben, genau in den Fokus des Mikroskops gefahren werden. Das zen-

trale Element der Halterung stellt eine 10 mm dicke Platte aus Aluminium dar, in die eine Vertiefung in Form des Objektträgers sowie eine Vertiefung für eine Andruckplatte gefräst wurde. Die Druckplatte wird mit 8 Federn gegen die Halterung gedrückt und sorgt so für eine gleichmäßige Fixierung des holografischen Elements. Die Druckfedern werden von 8 Schrauben gehalten.

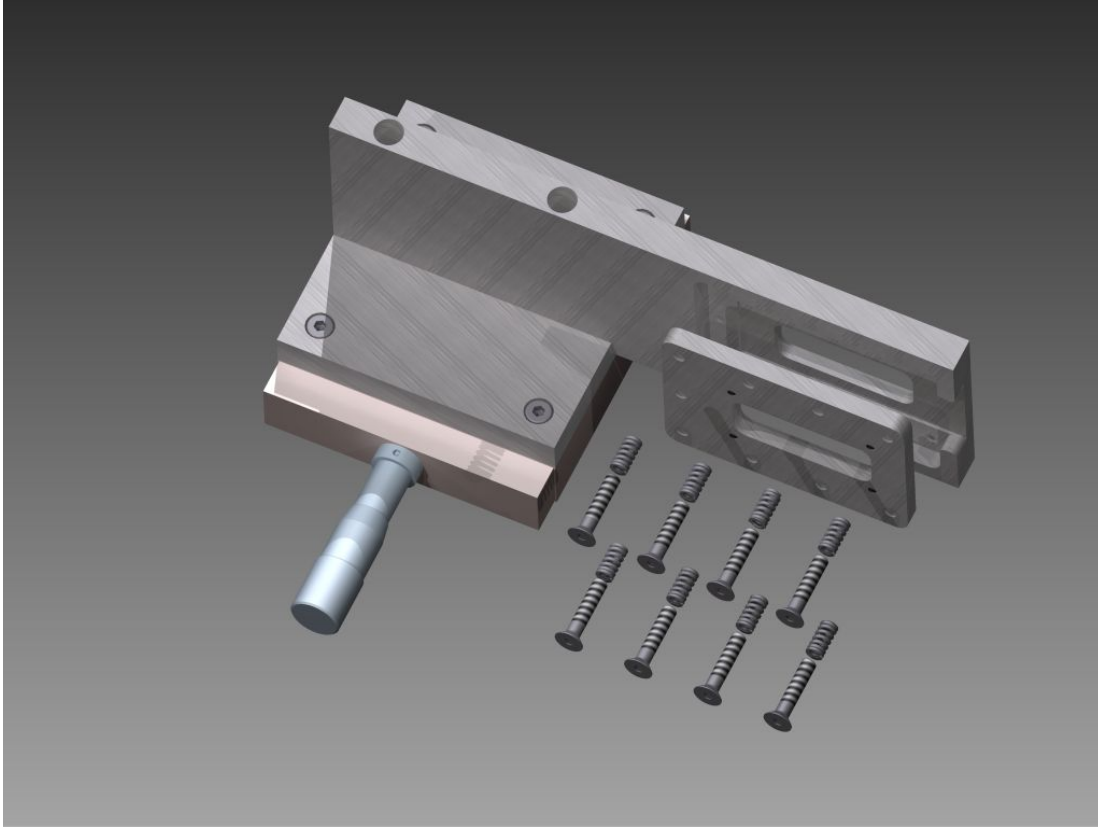


Abbildung 4.27: Halterung für Objektträger

5 Ergebnisse

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse präsentiert, die mit dem Aufbau erzielt werden konnten. Dafür wurden vier Motive ausgewählt, deren Phasenverteilung jeweils in ein Holografisch-Optisches Element belichtet wurde. Bild 5.1a zeigt einen Siemensstern, mit dem der visuelle Schärfeeindruck eingeschätzt werden kann. Die großen hellen und dunklen Flächen in Bild 5.1b können zur Beurteilung der Uniformität im rekonstruierten Bild herangezogen werden. Bild 5.1c zeigt helle Schrift unterschiedlicher Größe vor schwarzem Hintergrund. Bei den bisher beschriebenen Bildern handelt es sich um binäre Motive, die nur über zwei Tonwerte verfügen.¹ Bei Bild 5.1d hingegen handelt es sich um eine Fotografie mit 256 Graustufen. Für die Berechnung der Phasenverteilung wurde das Originalmotiv einer Tonwerttrennung unterzogen, da sich gezeigt hat, dass damit der Kontrast des rekonstruierten Intensitätsbildes erhöht werden kann. Mit diesem Motiv soll überprüft werden, ob das Verfahren auch für die Belichtung von Bildern, die nicht binär sind, eingesetzt werden kann. Von allen Motiven werden jeweils zwei Holografisch-Optische Elemente angefertigt, ein reflektives und ein transmittives Element. Bild 5.2 zeigt ein solches belichtetes Element. Für die Belichtung der vier Motive in das holografische Material wird mittels IFTA jeweils eine Phasenverteilung berechnet. Diese wird dann auf das Display adressiert und die resultierende Feldstärkeverteilung wird vom 4f-Aufbau in die Ebene, in der sich das holografische Material befindet, übertragen und gefiltert. Von jedem Motiv werden drei Fotografien präsentiert. Das erste Bild zeigt die Intensitätsverteilung, die sich im Fernfeld des Displays ergibt. Das zweite Bild zeigt die rekonstruierte Intensitätsverteilung des transmittiven holografischen Elements und das dritte Bild die Intensitätsverteilung, die das reflektive holografische Element rekonstruiert. Alle Fotos wurden mit den gleichen Kameraeinstellungen als Raw-Bilder aufgenommen. Um den gleichen Helligkeitseindruck zu erreichen, wurde bei einigen Aufnahmen die Belichtung nachträglich korrigiert. Diese Anpassungen der Blendeneinstellungen werden in der Bildunterschrift erwähnt und beziehen sich immer auf Bild (a) in der jeweiligen Abbildung. Der Bildeindruck, den die Fotografie eines Hologramms vermittelt, kann nur schlecht mit dem Bild verglichen werden, das bei der Rekonstruktion des holografischen Elements entsteht. Dies kann damit erklärt werden, dass das optische System der Kamera aufgrund seiner Apertur und der Übersteuerung des Aufnahmesensors Artefakte erzeugt, die im rekonstruierten Bild nicht existieren. Um die Qualität der mit den Holografisch-Optischen Elementen rekonstruierten Bilder genau beurteilen zu können, müssen diese im Original betrachtet werden.

¹Schwarz und Weiß

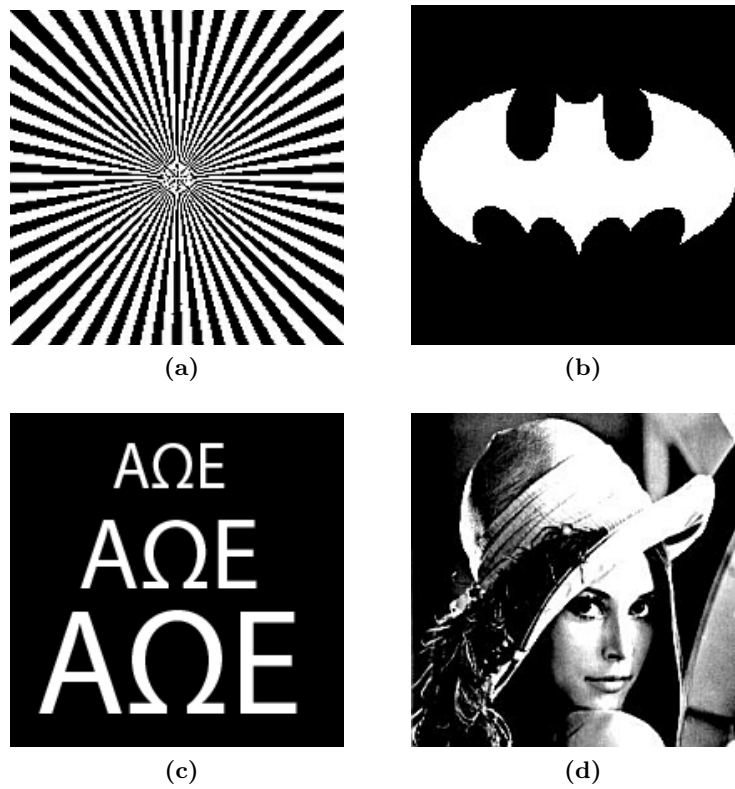


Abbildung 5.1: Unterschiedliche Testmotive, die zur Belichtung der Holografisch-Optischen Elemente verwendet werden

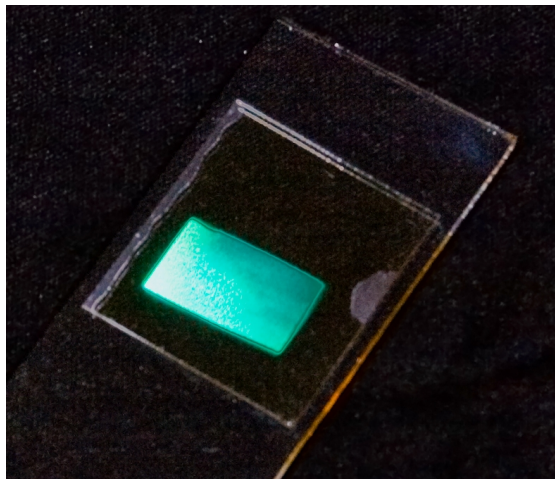


Abbildung 5.2: Foto eines reflektiven Holografisch-Optischen Elements nach der Belichtung mit der deutlich erkennbaren beugenden Struktur

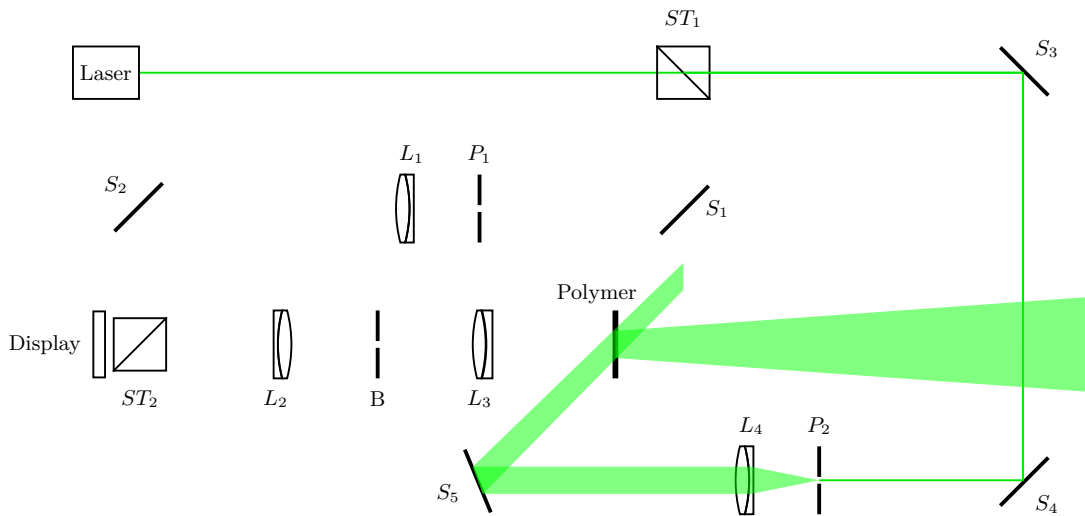


Abbildung 5.3: Aufbau des Belichtungssystems für die Rekonstruktion transmittiver Holografisch-Optischer Elemente

Abbildung 5.3 zeigt den Aufbau, mit dem transmittive Holografisch-Optische Elemente rekonstruiert werden. Dafür wird das Element wie bei der Belichtung in die Halterung eingesetzt und nur mit der ebenen Referenzwelle beleuchtet. Die Intensitätsverteilung, die aufgrund der Beugung am Element entsteht, kann mit einem Schirm im Fernfeld aufgefangen werden. Die hier präsentierten Intensitätsbilder wurden auf dem Schirm rekonstruiert und fotografiert. Abbildung 5.4 zeigt den Aufbau für die Rekonstruktion eines reflektiven holografischen Elements.

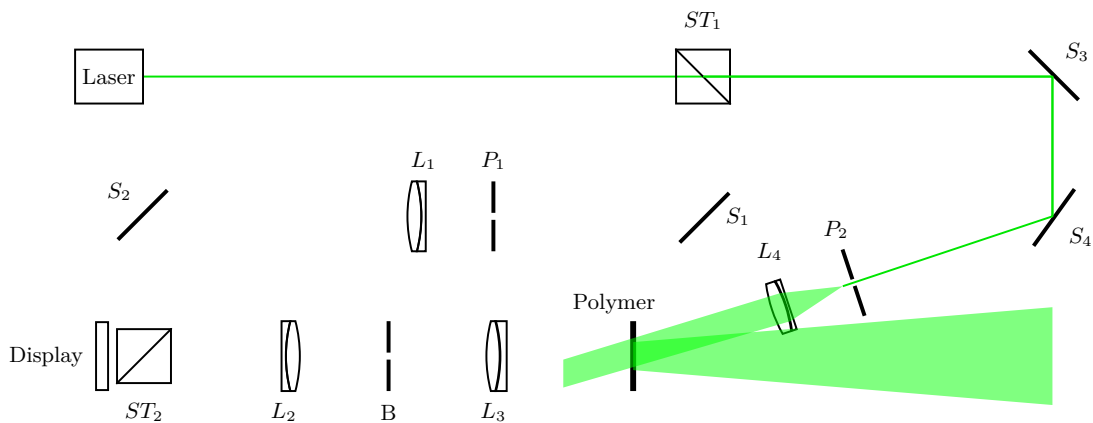
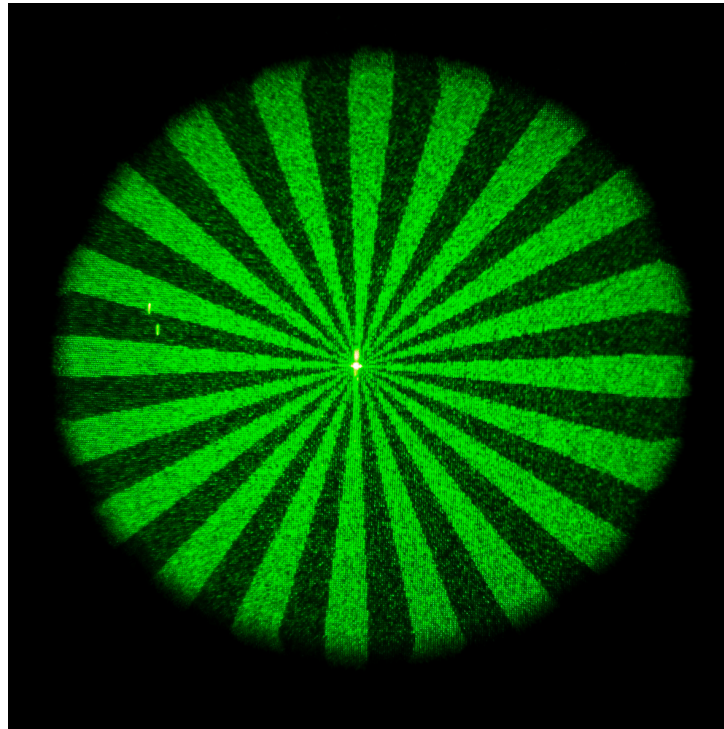
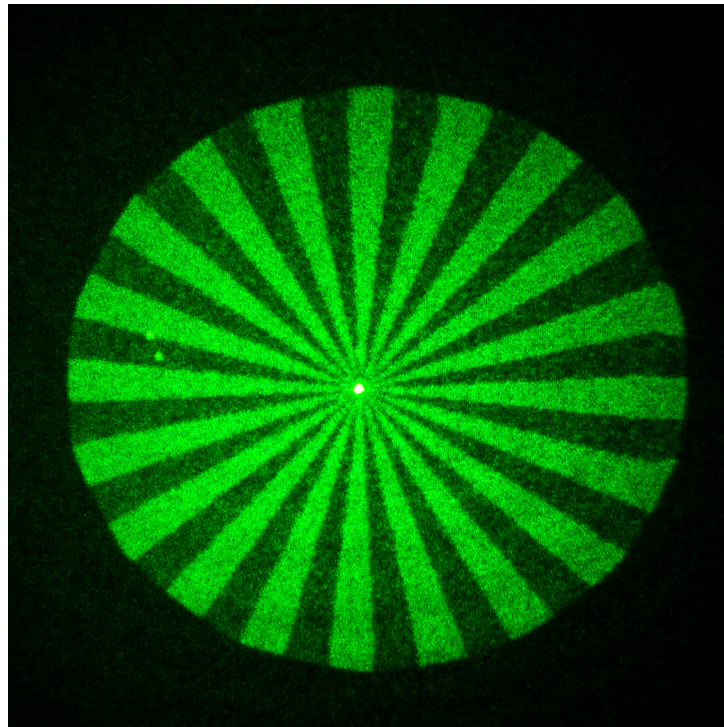


Abbildung 5.4: Aufbau des Belichtungssystems für die Rekonstruktion reflektiver Holografisch-Optischer Elemente

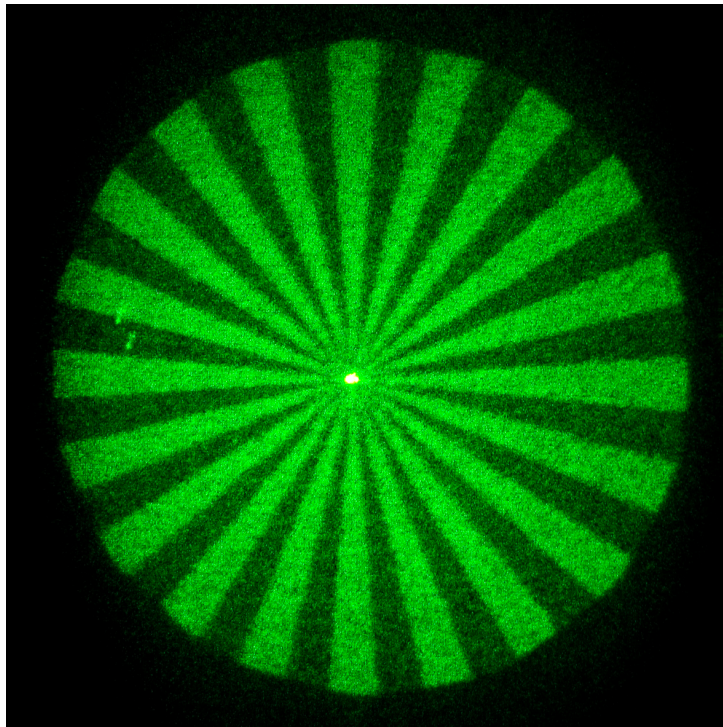


(a)



(b)

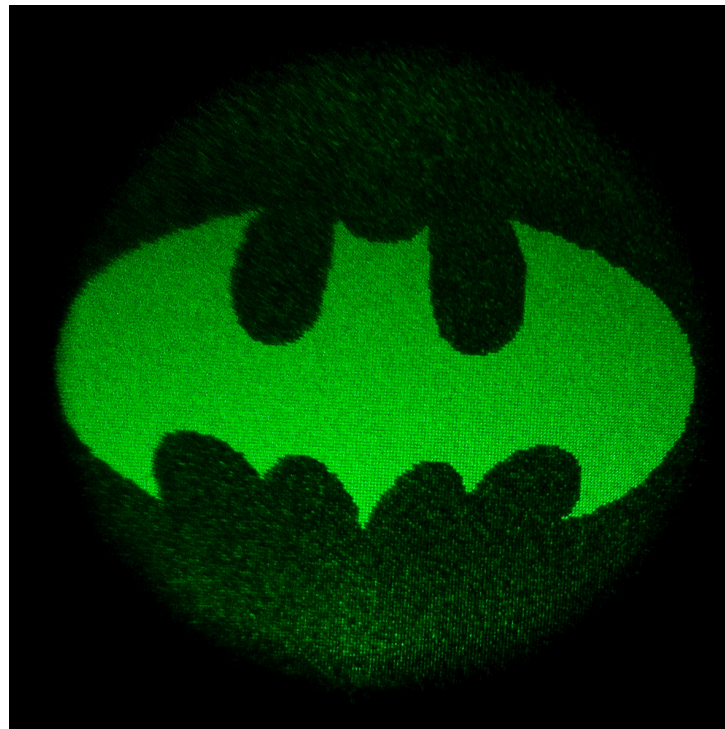
Abbildung 5.5: Bild (a) zeigt die Intensitätsverteilung On-Axis im Fernfeld des Displays, Bild (b) zeigt die Rekonstruktion des transmittiven Holografisch-Optischen Elements (Blendendifferenz: +1,75).



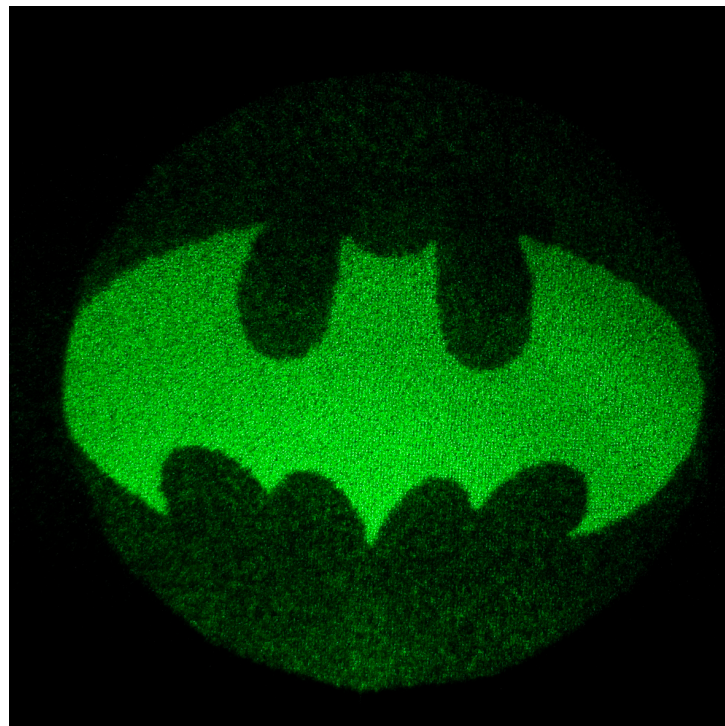
(c)

Abbildung 5.5: (Fortsetzung) Bild (c) zeigt die Rekonstruktion des reflektiven Holografisch-Optischen Elements (Blendendifferenz: +2, 55).

Abbildung 5.5a zeigt die Intensitätsverteilung auf dem Schirm, welche infolge der auf dem Display adressierten Phasenverteilung entsteht. Für diese Aufnahme wurde eine On-Axis-Geometrie gewählt, die 0. Ordnung liegt somit im Zentrum des Siemenssterns. Das Bild zeigt, dass der Kontrast des Siemenssterns auch bei höheren Frequenzen gut übertragen wird. Die Speckle, welche innerhalb der hellen und dunklen Bereiche des Siemenssterns sichtbar sind, werden durch das optische System der Kamera verstärkt und treten in der originalen Rekonstruktion nicht so stark hervor. Abbildung 5.5b zeigt die Rekonstruktion des transmittiven Holografisch-Optischen Elements. Das Bild wirkt im Vergleich zu Abbildung 5.5a unschärfer. Abbildung 5.5c zeigt die Rekonstruktion des reflektiven Holografisch-Optischen Elements. Das Intensitätsbild wirkt noch unschärfer als in Abbildung 5.5b. Der Verlust an Schärfe könnte damit erklärt werden, dass bei der Belichtung von reflektiven Holografisch-Optischen Elementen die Referenzwelle, bevor sie auf das Fotopolymer trifft, den Objektträger aus Glas passiert und ihre Wellenfront gestört wird. Dies ist bei der Belichtung von transmittiven Elementen nicht der Fall und führt zu besseren Ergebnissen bei der Rekonstruktion.

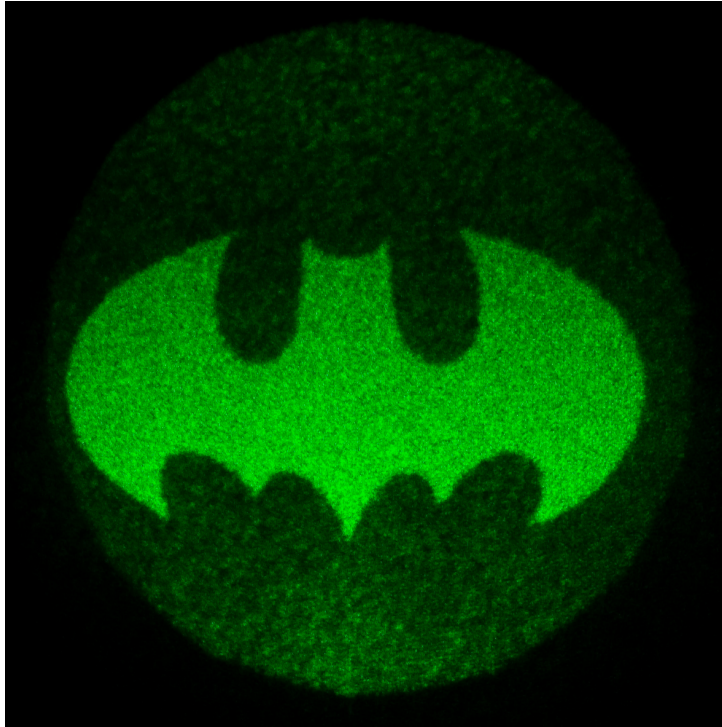


(a)



(b)

Abbildung 5.6: Bild (a) zeigt die Intensitätsverteilung im Fernfeld des Displays, Bild (b) zeigt die Rekonstruktion des transmittiven Holografisch-Optischen Elements (Blendendifferenz: +1,65).



(c)

Abbildung 5.6: (Fortsetzung) Bild (c) zeigt die Rekonstruktion des reflektiven Holografisch-Optischen Elements (Blendendifferenz: -0.85).

Abbildung 5.6a zeigt die direkt vom Display auf dem Schirm erzeugte Intensitätsverteilung. Für diese und alle folgenden Aufnahmen wurde eine Off-Axis-Geometrie gewählt, um die 0. Beugungsordnung auszublenden. In der Abbildung kann man bei genauer Betrachtung die Rasterung erkennen, welche sich aufgrund der in Abschnitt 4.2.3 beschriebenen Periodizität der adressierten Phasenverteilung ergibt. In Abbildung 5.6b ist die Rasterung nur noch sehr unscharf und in Abbildung 5.6c überhaupt nicht mehr sichtbar. Weiterhin fällt in Abbildung 5.6c die ungleichmäßige Intensitätsverteilung der schwarzen Hintergrundfläche im unteren Bildbereich auf. Diese Artefakte können eventuell auch mit der Störung der Referenzwelle bei der Aufnahme durch den Objektträger erklärt werden.

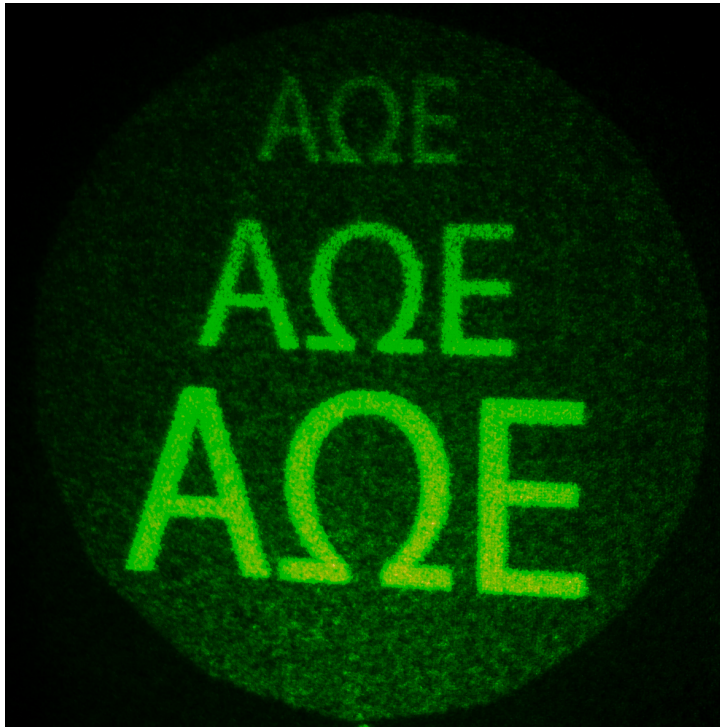


(a)



(b)

Abbildung 5.7: Bild (a) zeigt die Intensitätsverteilung im Fernfeld des Displays, Bild (b) zeigt die Rekonstruktion des transmittiven Holografisch-Optischen Elements (Blendendifferenz: +0,6).



(c)

Abbildung 5.7: (Fortsetzung) Bild (c) zeigt die Rekonstruktion des reflektiven Holografisch-Optischen Elements (Blendendifferenz: -1.4).

In Abbildung 5.7a wird die diskrete Intensitätsverteilung ebenfalls sehr gut sichtbar. Diese ist auf den Fotografien der rekonstruierten Intensitätsverteilungen, wie bereits bei dem Bildbeispiel zuvor, nur mäßig oder gar nicht sichtbar. Weiterhin erkennt man auf diesen Fotografien einen starken Helligkeitsabfall in der Vertikalen. Dieser Helligkeitsabfall könnte aus der Off-Axis-Belichtung resultieren, bei der eventuell Teile des 4f-Aufbaus eine ungewollte Vignettierung erzeugen. Dieser Helligkeitsabfall kann bei allen Off-Axis belichteten Elementen beobachtet werden. Bei diesem Motiv ist er am besten sichtbar. Hier ist es besonders schwierig, eine homogene Belichtung zu erreichen, weil die Intensitäten des unteren Schriftzuges bereits eine Sättigung des Kamerasensors erzeugen, während der obere Schriftzug aufgrund der geringen Intensität nur schlecht wahrgenommen werden kann.

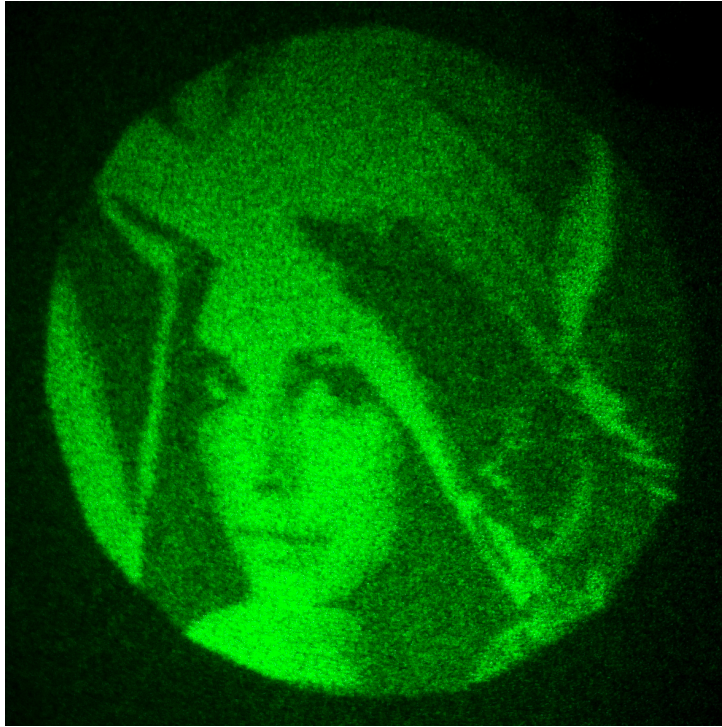


(a)



(b)

Abbildung 5.8: Bild (a) zeigt die Intensitätsverteilung im Fernfeld des Displays, Bild (b) zeigt die Rekonstruktion des transmittiven Holografisch-Optischen Elements (Blendendifferenz: 0.0).



(c)

Abbildung 5.8: (Fortsetzung) Bild (c) zeigt die Rekonstruktion des reflektiven Holografisch-Optischen-Elements (Blendendifferenz: -0.5).

Mit den Fotografien in Abbildung 5.8 wird gezeigt, dass auch die Phasenverteilung von Motiven, die über mehrere Grauwerte verfügen, in Holografisch-Optische Elemente geschrieben werden kann. Das Motiv, das zur Berechnung des IFTA genutzt wurde, verfügt über 256 Grauwerte, die, wie bereits erwähnt, einer Tonwerttrennung unterzogen wurden. Durch die Tonwerttrennung konnte der Kontrast des rekonstruierten Intensitätsbildes wesentlich erhöht werden. Abbildungen 5.8b und 5.8c zeigen, dass die rekonstruierten Intensitätsbilder einen guten visuellen Eindruck erzeugen. Die Rekonstruktion des reflektiven Elements 5.8c erscheint aber auch bei diesem Motiv wieder unschärfer als die des transmittiven Elements 5.8b. Dadurch sind feinere Bilddetails, wie zum Beispiel die Federn am Hut, in Abbildung 5.8c nicht mehr sichtbar.

Einschätzung der Ergebnisse

Die erzielten Ergebnisse sind bereits sehr vielversprechend. Bei der Rekonstruktion der belichteten Holografisch-Optischen Elemente entstehen Intensitätsbilder, die einen sehr guten visuellen Bildeindruck hinterlassen. Die Artefakte, die aufgrund der Pixelstruktur des Displays entstehen, konnten über die optische Filterung erfolgreich unterdrückt werden und sind bei der Rekonstruktion nicht mehr sichtbar. Bei einer Analyse der erzielten Ergebnisse konnten im vorhergehenden Abschnitt mehrere Bestandteile des Systems identifiziert werden, deren Modifikation sich in einer Verbesserung der Bildqualität äußern könnte. In Abschnitt 6 werden einige Möglichkeiten genannt, mit denen die Ursachen dieser Störungen weiter untersucht werden können.

6 Zusammenfassung und Ausblick

Zusammenfassung

Die Intensitätsbilder, die bei der Rekonstruktion mit den Holografisch-Optischen Elementen erzeugt werden konnten, sind sehr überzeugend. Mit ihnen konnte beispielhaft gezeigt werden, dass ein Belichtungssystem für Holografisch-Optische Elemente, bestehend aus einem phasenmodulierenden Display und einer optischen Filterung, erfolgversprechende Möglichkeiten zur Reduktion von Artefakten bietet. Mit einem räumlichen Lichtmodulator können Objektwellen erzeugt, gefiltert und innerhalb von kurzer Zeit in ein Fotopolymer belichtet werden.

Es wurde ebenfalls gezeigt, dass die höheren Beugungsordnungen, die der räumliche Lichtmodulator aufgrund seiner Pixelstruktur erzeugt, mit einem 4f-Aufbau optisch gefiltert werden können. Durch den Vergrößerungsmaßstab des 4f-Aufbaus kann die Größe des rekonstruierten Intensitätsbilds gesteuert und entsprechend den Anforderungen individuell an jedes Holografisch-Optische Element angepasst werden. Mit dem Aufbau können sowohl reflektive als auch transmittive Elemente hergestellt werden. Aufgrund des modularen Aufbaus kann die Änderung des Belichtungsmodus sehr schnell vollzogen werden, da hierfür nur ein Spiegel im Aufbau neu ausgerichtet werden muss.

Der Belichtungsprozess dauert von der Berechnung bis zum belichteten und fixierten Holografisch-Optischen Element in etwa 10 Minuten. Mit diesem System können einzelne Holografisch-Optische Elemente innerhalb kurzer Zeit hergestellt werden. Bezogen auf die Herstellungskosten von kleinen Serien ist dieses Verfahren zur Herstellung von Hologrammen wesentlich schneller und kostengünstiger als die bisher verbreiteten. Der Prozess kann somit als Rapid Prototyping bezeichnet werden.

Für die Belichtung von diffraktiven optischen Komponenten, wie zum Beispiel Fresnellinsen oder Gittern, muss der Prozess jedoch noch optimiert und verbessert werden. Die Beugungseffizienz, die mit diesem Aufbau und dem verwendeten Fotopolymer erreicht werden kann, ist ausreichend, um die Intensitätsbilder auch mit handelsüblichen Laserdioden im Milliwatt-Bereich zu rekonstruieren. So eröffnen sich viele Anwendungsmöglichkeiten, in denen die Holografisch-Optischen Elemente eingesetzt werden können.

Bei dem gesamten Herstellungsprozess wirken sehr viele unterschiedliche Parameter zusammen, die das Ergebnis letztendlich beeinflussen. Dazu zählen zum Beispiel die Materialeigenschaften des Fotopolymers, der optische Aufbau und die Berechnung der Phasenverteilung. Um möglichst viele dieser Parameter besser verstehen zu können und für eine

Verbesserung des Belichtungsprozesses zu optimieren, ist weitere Arbeit nötig. Aufgrund dessen sollte die Forschung an dem holografischen Belichtungssystem fortgesetzt werden.

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass in diesem System viel Potential steckt, um die Herstellung von Holografisch-Optischen Elementen im Vergleich zu herkömmlichen Verfahren zu beschleunigen, zu vereinfachen und kostengünstiger zu gestalten.

Ausblick

Im folgenden Abschnitt werden mehrere Vorschläge formuliert, mit denen vermutlich eine Verbesserung des Aufbaus bei der Belichtung, beziehungsweise zusätzliche Funktionalität, erreicht werden kann.

Ein wichtiger Punkt ist die Verbesserung der Abbildungsleistung des 4f-Aufbaus. Während der Justage hat sich gezeigt, dass diese vermutlich noch erhöht werden kann. Mit einer Verbesserung der Abbildungsleistung könnte das Ziel erreicht werden, optische Komponenten in den Holografisch-Optischen Elementen zu realisieren. Möglichkeiten zur Verbesserung des 4f-Aufbaus können mithilfe von Optik-Design-Programmen, wie zum Beispiel *ZEMAX*, modelliert werden.

Die Halterung des Fotopolymers mithilfe des Objektträgers führt vermutlich zu einer Verringerung der Qualität von reflektiven Holografisch-Optischen Elementen. Mit einer glaslosen Halterung könnten möglicherweise bessere Ergebnisse erzielt werden. Dieser Ansatz sollte weiter verfolgt werden. Eine glaslose Halterung des Fotopolymers ist aber sehr schwierig zu realisieren, da bei dem Polymerisationsprozess starke Kräfte auf das Material wirken, die dieses verformen können.

Um größere Flächen mit dem System zu belichten, müsste die Halterung des Fotopolymers auf einem Tisch montiert werden, der mit einem Motor definiert verfahren werden kann. So wäre die Realisierung eines holografischen Steppers möglich.

Um die Leistung des Systems und seine Parameter genauer zu bestimmen, könnte eine Effizienzmessung an Holografisch-Optischen Elementen durchgeführt werden, die mit unterschiedlichen Parametern belichtet wurden. Diese Ergebnisse könnten dann dazu genutzt werden, die Beugungseffizienz der Holografisch-Optischen Elemente zu steigern.

Mit einem 4f-Aufbau, der aus Optiken aufgebaut ist, deren Brennweiten variabel eingestellt werden können, bestünde die Möglichkeit, die Gitterkonstante und gleichzeitig die Größe des rekonstruierten Intensitätsbildes stufenlos zu variieren.

A Zweistrahlinterferenz

In dem folgenden Abschnitt wird die Zweistrahlinterferenz anhand der Überlagerung der Wellen E_1 und Welle E_2 hergeleitet.¹

$$\begin{aligned}\vec{E}_1(\vec{r}, t) &= \vec{E}_{01} \cos(\phi_1(\vec{r}, t)) = \vec{E}_{01} \cos(\vec{k}_1 \vec{r} - \omega_1 t + \varphi_1) \\ \vec{E}_2(\vec{r}, t) &= \vec{E}_{02} \cos(\phi_2(\vec{r}, t)) = \vec{E}_{02} \cos(\vec{k}_2 \vec{r} - \omega_2 t + \varphi_2)\end{aligned}\tag{A.1}$$

$$I = \frac{1}{Z_w} \overline{|\vec{E}|^2}^t\tag{A.2}$$

$$= \frac{1}{Z_w} \overline{|\vec{E}_1 + \vec{E}_2|^2}^t\tag{A.3}$$

$$= \frac{1}{Z_w} \overline{|\vec{E}_{01} \cos(\phi_1) + \vec{E}_{02} \cos(\phi_2)|^2}^t\tag{A.4}$$

$$= \frac{1}{Z_w} \overline{\left| \vec{E}_{01} \frac{e^{i\phi_1} + e^{-i\phi_1}}{2} + \vec{E}_{02} \frac{e^{i\phi_2} + e^{-i\phi_2}}{2} \right|^2}^t\tag{A.5}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{4Z_w} \left\{ \overline{\vec{E}_{01} \left(\frac{e^{i\phi_1} + e^{-i\phi_1}}{2} \right)^t} + \overline{\vec{E}_{02} \left(\frac{e^{i\phi_2} + e^{-i\phi_2}}{2} \right)^t} \right. \\ &\quad \left. + 2 \overline{\vec{E}_{01} \vec{E}_{02} (e^{i(\phi_1+\phi_2)} + e^{i(\phi_1-\phi_2)} + e^{i(\phi_2-\phi_1)} + e^{-i(\phi_1+\phi_2)})}^t \right\}\end{aligned}\tag{A.6}$$

$$= \frac{1}{4 Z_w} \left\{ 2 \vec{E}_{01}^2 + 2 \vec{E}_{02}^2 + 2 \overline{\vec{E}_{01} \vec{E}_{02} (e^{i(\phi_1-\phi_2)} + e^{i(\phi_2-\phi_1)})}^t \right\}\tag{A.7}$$

$$= \frac{1}{2 Z_w} \vec{E}_{01}^2 + \frac{1}{2 Z_w} \vec{E}_{02}^2 + \frac{1}{4 Z_w} 4 \overline{\vec{E}_{01} \vec{E}_{02} \left(\frac{e^{i(\phi_2-\phi_1)} + e^{-i(\phi_2-\phi_1)}}{2} \right)^t}\tag{A.8}$$

¹ Altmeyer: Skript Mikroskopie und Bildgebende Verfahren, ebd.

$$= I_1 + I_2 + \frac{1}{4 Z_w} \overline{4 \vec{E}_{01} \vec{E}_{02} \cos(\phi_2 - \phi_1)}^t \quad (\text{A.9})$$

$$= I_1 + I_2 + \frac{1}{Z_w} \overline{\vec{E}_{01} \vec{E}_{02} \cos\left((\omega_2 - \omega_1)t - (\vec{k}_2 - \vec{k}_1)\vec{r} + \varphi_2 - \varphi_1\right)}^t \quad (\text{A.10})$$

Literaturverzeichnis

Ackermann, Gerhard K. und Eichler, Jürgen: Holography A Practical Approach. Weinheim, Deutschland: Wiley-VCH, 2007

Altmeyer, Stefan: Skript Mikroskopie und Bildgebende Verfahren. Fachhochschule Köln, Deutschland, 2007

Altmeyer, Stefan: Skript Holographie. Fachhochschule Köln, Deutschland, 2011

Berneth, Horst et al.: Holographic recording aspects of high-resolution Bayfol HX photopolymer. In Practical Holography XXV: Materials and Applications , Proceedings of the SPIE. Band 7957, United States: SPIE - The International Society for Optical Engineering, 2011, 79570H

Coherent: Sapphire Family Data Sheets. Santa Clara, United States, [⟨URL: http://www.coherent.com/downloads/Sapphire_LP_Family_DSrevC_1211_1.pdf⟩](http://www.coherent.com/downloads/Sapphire_LP_Family_DSrevC_1211_1.pdf)

Frank, Johannes: Hochauflösende phasenmodulierende Displays zur Erzeugung diffraktiver Strukturen, Masterarbeit. Fachhochschule Brandenburg, Brandenburg, Deutschland, 2006

Gabor, Dennis: A new microscopic principle. Nature, Volume 161 1948, 777–778

Gerchberg, R. W. und Saxton, W. O.: A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures. Optik, Volume 35 April 1972 Nr. 2, 237–246

Goodman, Joseph W.: Introduction to Fourier Optics. 3. Auflage. Greenwood Village, United States: Roberts & Company Publishers, 2005, ISBN 0–9747077–2–4

Haist, Tobias: 3D-Linienraster für die optische Formaufzeichnung, Diplomarbeit. Institut für Technische Optik der Universität Stuttgart, Deutschland, 1996

Halliday, David, Resnick, Robert und Walker, Jearl; W.Koch, Stephan (Hrsg.): Physik. 1. Auflage. Weinheim, Deutschland: Wiley-VCH, 2001, ISBN 3–527–40366–3

Hecht, Eugene und Zajac, Alfred: Introduction to Optics. 4. Auflage. Amsterdam, Netherlands: Addison-Wesley Longman, 2003, ISBN 978–0321188786

Helbig, Erich: Grundlagen der Lichtmesstechnik. Leipzig, Deutschland: Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig K.-G., 1972

Herwig, Kogelnik: Coupled Wave Theory for thick hologram gratings. Bell System Technical Journal, 48 1969, 2909–2947

Holoeye: PLUTO Phase Only Spatial Light Modulators. Berlin, Deutschland, http://www.holoeye.com/download_daten/PLUTO_phase_only_spatial_light_modulator.pdf

ISO8037-1: Optics and optical instruments - Microscopes Slides - Part 1: Dimensions, optical properties and marking. Berlin, Deutschland, 2003

Kennedy, Declan: Leaving Chemistry Live! Dublin, Ireland: Folens Publishers, 2000, ISBN 978–1841313920

Kratzert, Mirjam und Ibold, Stefan: Didaktik der Chemie FU Berlin. Berlin, Deutschland, <http://www.chemie.fu-berlin.de/fb/fachdid/>

Lauterborn, Werner und Kurz, Thomas: Coherent Optics: Fundamentals and Applications. 2. Auflage. Berlin, Deutschland: Springer, 2003, ISBN 3–540–43933–1

Möllmann, Felix: Wellenfront-Korrektur im Mikroskop mit Hilfe phasenmodulieren-der Flüssigkristalldisplays, Bachelorarbeit. Fachhochschule Köln, Köln, Deutschland, 2010

Noppel, Manuel: Holografisches Multiplexing in Photopolymeren, Diplomarbeit. Köln, Deutschland, 2011

Pedrotti, Frank L., Pedrotti, Leno und Pedrotti, Leno M.: Introduction to Optics. 3. Auflage. San Francisco, United States: Prentice Hall, 2006, ISBN 0–13–149933–5

Syms, Richard R.A.: Practical Volume Holography. 1. Auflage. Oxford, United Kingdom: Clarendon Press, 1990, ISBN 0198561911

Tipler, Paul A.; Gerlich, D. und Jerke, G. (Hrsg.): Physik. 1. Auflage. Heidelberg, Deutschland: Spektrum Akademischer Verlag GmbH, 1994, ISBN 3860251228

Abbildungsverzeichnis

1.1	Strahlformung eines Gaußstrahles zu einem Top-Hat-Profil	1
1.2	Workflow für die Herstellung eines Holografisch-Optischen Elements . . .	2
2.1	Eine Kosinus-Welle	4
2.2	Eine ebene Welle, die sich entlang der x -Achse ausbreitet	5
2.3	Eine Kugelwelle im Halbraum	6
2.4	Hellempfindlichkeit des menschlichen Auges	7
2.5	Eine endliche Lichtwelle, ein Wellenpaket	9
2.6	Spektrum einer grünen LED, aufgetragen nach Frequenzen	10
2.7	Spektrum einer grünen LED, aufgetragen nach Wellenlängen	11
2.8	Zeitlich kohärente Punktlichtquelle	12
2.9	Punktlichtquelle mit endlicher Kohärenzlänge	13
2.10	Punktlichtquelle mit endlicher Kohärenzlänge und größerem Abstand r . .	13
2.11	Punktlichtquelle mit endlicher Kohärenzlänge	14
2.12	Ebene Wellenfronten und sekundäre Kugelwellen bei freier Ausbreitung und eingefügter Störung	15
2.13	Geometrische Beschreibung des Beugungsintegrals	16
2.14	Geometrische Beschreibung von Ortsfrequenzen	20
2.15	Fourier-Transformation einer Sammellinse in der Fourier-Ebene.	20
3.1	Aufnahme und Rekonstruktion eines runden Objektes	24
3.2	Wirkung von Amplitudenmodulation und Phasenmodulation mit Zeiger- diagramm am Beispiel einer Sinus-Funktion	26
3.3	Zweistrahlint interferenz, Aufnahme eines Transmissionsgitters und Rekon- struktion der Objektwelle	27
3.4	Zweistrahlint interferenz, Aufnahme eines Reflexionsgitters und Rekonstruk- tion der Objektwelle	29
3.5	Schematische Darstellung des Belichtungsprozesses im Fotopolymer	31
4.1	Aufbau des Belichtungssystems für reflektive Holografisch-Optische Ele- mente	34
4.2	Aufbau des Belichtungssystems für transmittive Holografische Optische Elemente	34
4.3	Das realisierte Belichtungssystem auf einer optischen Bank	35
4.4	Räumlicher Lichtmodulator <i>PLUTO</i>	36
4.5	Schnitt durch ein phasenmodulierendes Flüssigkristalldisplay	37
4.6	Flüssigkristall (a), Flüssigkristall im Verbund (b)	38

4.7	Aufbau für die Charakterisierung des räumlichen Lichtmodulators	39
4.8	Screenshot der <i>PhaseCam</i> -Software	40
4.9	Die 256 Zeilenbilder der einzelnen Messungen (untereinander angeordnet)	41
4.10	Graustufe gegen Phasenhub mit Sprungstellen	41
4.11	Graustufe gegen Phasenhub ohne Sprungstellen, auf $2, 3\pi$ normiert und mit Regressionsgerade	42
4.12	Phasenhub eines nicht linearisierten Displays	42
4.13	Schematische Beschreibung des IFT-Algorithmus	44
4.14	Bild (a) zeigt das vorgegebene Intensitätsbild und Bild (b) die mit dem IFTA berechnete Phasenverteilung.	44
4.15	Dirac-Kamm-Funktion gefaltet mit Bild im Fernfeld	46
4.16	Transformation von periodischen Strukturen in die Fourier-Ebene und zurück in den Objektraum	47
4.17	Optische Filterung der periodischen Struktur mit einer physischen Blende in der Fourier-Ebene	48
4.18	Übertragung niederfrequenter Signale vom System	48
4.19	Optische Filterung des Intensitätsbildes	49
4.20	Optische Filterung des verschobenen Intensitätsbildes	49
4.21	Intensitätsbild auf der optischen Achse, Intensitätsbild über der 0. Beu- gungsordnung	50
4.22	Autokollimationsfernrohr, Mikroskop	51
4.23	Justage des ersten Achromaten im 4f-Aufbau	52
4.24	Justage des zweiten Achromaten im 4f-Aufbau	53
4.25	Justage der Fotopolymer-Halterung im 4f-Aufbau	53
4.26	Bild des 4f-Aufbaus mit Abbildungsstrahlengang (rot) und Beleuchtungs- strahlengang (grün)	54
4.27	Halterung für Objektträger	55
5.1	Testmotive	58
5.2	Foto eines reflektiven Holografisch-Optischen Elements	58
5.3	Rekonstruktion transmittiver Holografisch-Optischer Elemente	59
5.4	Rekonstruktion reflektiver Holografisch-Optischer Elemente	59
5.5	Testmotiv 1	60
5.5	Testmotiv 1 (Fortsetzung)	61
5.6	Testmotiv 2	62
5.6	Testmotiv 2 (Fortsetzung)	63
5.7	Testmotiv 3	64
5.7	Testmotiv 3 (Fortsetzung)	65
5.8	Testmotiv 4	66
5.8	Testmotiv 4 (Fortsetzung)	67

Selbständigkeitserklärung

Ich erkläre, dass ich die vorliegende Arbeit selbständig und nur unter Verwendung der angegebenen Literatur und Hilfsmittel angefertigt habe.

Köln, den 29. Februar 2012

Jakob Silbermann